CAPÍTULO 1-4
MEDICIÓN DE LA DESIGUALDAD Y DE LA CONCENTRACIÓN*

En este capítulo nos proponemos examinar los diferentes valores de una misma variable en un grupo de observaciones. Una medición de desigualdad (conocida también como “de disparidad”) nos indica el grado en que los valores difieren unos de otros. Tomemos por ejemplo, los ingresos de los habitantes de un país; una medición de desigualdad del ingreso sirve para cuantificar el grado de desigualdad en la distribución del ingreso entre los habitantes de un país con el propósito de poder compararlo con el grado de desigualdad de otro país. En este ejemplo, la variable que se examina es el ingreso y las observaciones corresponden a los habitantes del país.

Cuando las observaciones corresponden a varias categorías y la variable examinada es el número de individuos (objetos) de una población dada que se encuentra en cada categoría, entonces una medición de desigualdad es también una medición de concentración. Por ejemplo, considerando la distribución de la población humana entre las regiones de un

---

* Referencias: Arriaga, 1975, pp. 65-71; Taylor, 1977, 179-185; Mills y Hamilton, 1989, pp. 413-414; Kendall y Stuart (1991, p. 58); Jayet (1993, pp. 18-29); Valeyre (1993); MacLachlan y Sawada (1997).

país, una medición de desigualdad indica el grado de concentración de su población.

En ciencias sociales, la medición de desigualdad es de utilidad en varios contextos diferentes: desigualdad en la distribución, concentración de la participación en el mercado (medición inversa del grado de competencia), concentración espacial de las poblaciones o de las actividades económicas, etcétera.

La construcción de medidas de desigualdad causa problemas parecidos a los de la multidimensionalidad al momento de definir los números índice. Se trata de resumir con una sola cifra una característica que posee todos los valores que toma una variable. No se puede esperar que haya una solución única.

En general, una medición de desigualdad compara la distribución observada con una distribución de referencia que representa la igualdad perfecta. Esta distribución de referencia es a menudo implícita. De otra manera, es a veces necesario hacerla explícita. Por ejemplo, en el caso de la distribución espacial de una población entre regiones, ¿una concentración cero corresponde a la situación cuando el número de habitantes sea lo mismo en todas las regiones? ¿O quizás, la distribución de referencia corresponde a la situación cuando el número de habitantes es proporcional a la superficie de las regiones? ¿O aún más, a la superficie habitable?

¿Cuáles son las propiedades deseables de una medición de desigualdad? Valeyre (1993) propone las seis propiedades siguientes:

1. Una medición de desigualdad no puede tomar valores negativos ya que es una medición del alejamiento de la distribución observada en relación con la distribución de referencia.

2. Una medición de desigualdad debe tomar el valor 0 si, y solamente si, la distribución observada es idéntica a la distribución de referencia.
3. Se deben tratar a todas las observaciones de la misma manera.
4. Una medición de desigualdad debe ser independiente del valor promedio de la variable examinada; una medición de concentración debe ser independiente del tamaño de la población cuya distribución se estudia.
5. La agregación de observaciones que tienen el mismo grado de especificidad no debe cambiar el valor de la medición.[54]
6. Principio de transferencia de Pigou-Dalton: una medición de desigualdad debe disminuir si se modifica la distribución de tal manera que reduce sin duda alguna la desigualdad.[55]

Estos principios permiten evaluar la validez de las diferentes mediciones de desigualdad propuestas. Así, la desviación estándar o la varianza no poseen la propiedad 4. Por lo contrario, el coeficiente de variación posee las seis propiedades enunciadas; correctamente usado, constituye, por lo tanto, una buena medición de desigualdad.

Veamos, enseguida, otros ejemplos de mediciones de desigualdad o de concentración.

---

[54] La especificidad se refiere a la razón entre un valor observado de la variable estudiada y el valor correspondiente en la distribución de referencia. Por ejemplo, los cocientes de localización son indicadores de especificidad. Una medición de la concentración geográfica del empleo de un ramo de actividad dada no debería verse afectada en caso de agregar dos regiones cuyos cocientes de localización sean iguales.

[55] Técnicamente, esto se traduce con la condición siguiente: si el valor de la variable disminuye al momento de una observación i y aumenta con la misma intensidad al momento de una observación j y, además, si el grado de especificidad de la observación i es superior al grado de especificidad de la observación j, entonces la medición de desigualdad debe disminuir.

1-4.1 EL COEFICIENTE DE CONCENTRACIÓN DE LA ECONOMÍA INDUSTRIAL

Esta medición es sobre todo usada en economía industrial, aunque se usó también para medir el grado de concentración de la distribución por tamaño de las ciudades. Es, sencillamente, la suma de las partes de las *n* más grandes entidades. Por ejemplo, Rosen y Resnik (1980) miden el grado de concentración de una jerarquía urbana con la fracción de la población urbana total que se encuentra en las tres ciudades más grandes. En economía industrial, se mide a menudo la concentración del mercado con la suma de las partes de las cuatro empresas más grandes.

Esta medición tiene la ventaja de no ser muy exigente en términos de datos, sin embargo le falta la mayor parte de las propiedades deseables: posee únicamente la primera y la cuarta.

1-4.2 EL ÍNDICE DE CONCENTRACIÓN DE HIRSCHMAN-HERFINDAHL

Este índice es simplemente la suma de los cuadrados de las partes. Por ejemplo, para medir el grado de concentración en un sistema urbano compuesto de *n* ciudades, se puede calcular

$$H = \sum_{i=1}^{n} s_i^2$$

donde s_i es la fracción de la población urbana total que se encuentra en la ciudad *i*. El índice *H* varia entre $1/n$ y 1: toma el valor $1/n$ cuando todas las ciudades tienen el mismo tamaño y el valor 1 cuando toda la población urbana se concentra en una sola ciudad. Se interpreta a veces el índice *H* en términos de “números equivalentes”, particularmente, en economía industrial: en un mercado de, suponiendo, 40 empresas, si el índice H tiene un valor de x, se dice que el grado de concentración “equivale” al grado de un mercado de $1/x$ empresas que tienen partes de mercado iguales.

El índice Hirschman-Herfindahl no posee las propiedades 2 y 5. Además, este índice depende del número de observaciones n. Finalmente, es de notar que el índice H tiene un gran parecido a la varianza de partes: en efecto, esta última es igual a

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(s_i-\frac{1}{n}\right)^2=\frac{H}{n}-\frac{1}{n^2}$$

1-4.3 La curva de Lorenz y el índice de concentración de Gini

1-4.3.1 La diferencia promedio de Gini

Se conoce con este nombre el índice de concentración de Gini, en honor al estadístico italiano Corrado Gini (1884-1965). Este índice mide la desigualdad por medio de la diferencia entre todas los pares de observaciones (y_j, y_k). La suma ponderada de las diferencias se llama la “diferencia promedio de Gini” y se calcula, con datos agrupados, con la fórmula que sigue:[56]

$$\Delta=\frac{1}{N^2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left|y_j-y_k\right|f_j\,f_k$$

[56] En esta fórmula se compara cada observación con cada una de las observaciones, incluyendo ella misma; es la diferencia promedio con repetición. Kendall y Stuart (1991, p. 58) exhiben también la fórmula sin repetición. Cuando N es grande, la diferencia es despreciable.

donde

n es el número de valores distintos observados;

f_j es la frecuencia del valor y_j en la distribución,

de tal manera que

$N = \sum_{j=1}^{n} f_j$ es el número de observaciones.

Por ejemplo, en el caso de medir la desigualdad de la distribución del ingreso en Quebec, f_j sería el número de personas que tienen un ingreso de y_j; N es el número de personas en la población.

Cuando se agrupan las observaciones en clases, el valor y_j es el valor promedio de la variable Y en la clase j (no es el punto medio del intervalo de ingreso de la clase j).

Escribamos

$v_j = \frac{f_j}{N}$, la fracción de la población que pertenece a la clase j.

Entonces, el valor promedio de la variable Y se escribe

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{n} f_j \, y_j = \sum_{j=1}^{n} v_j y_j$$

Teniendo

$M = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j$, la suma de los valores de la variable Y

y

$w_j = \frac{f_j y_j}{\sum_{k=1}^{n} f_k y_k} = \frac{f_j y_j}{N\mu} = \frac{v_j y_j}{\mu}$, la fracción de la suma correspondiente a la clase j.

Luego, arreglemos las observaciones con el objetivo de construir una curva de Lorenz (vea más abajo), por orden creciente de las razones w_j / v_j . Completamos la simbología con

$$Cw_j = \sum_{k=1}^{j} w_k$$

Es la fracción acumulada correspondiente a las clases desde la *i* hasta la *j*.

Desarrollando la fórmula de cálculo de la diferencia promedio de Gini, podemos mostrar que:

$$\Delta = 2\mu \left(1 - \sum_{j=1}^{n} v_j \, Cw_j \quad - \sum_{j=1}^{n} v_j \, Cw_{j-1} \right)$$

1-4.3.2 Cálculo del índice de concentración de Gini

El índice de concentración de Gini es simplemente la razón de la diferencia promedio de Gini entre dos veces el promedio:

$$G = \frac{\Delta}{2\mu} = 1 - \left(\sum_{j=1}^{n} v_j \, Cw_j \quad + \sum_{j=1}^{n} v_j \, Cw_{j-1} \right)$$

$$= 1 - \sum_{j=1}^{n} v_j \left(Cw_j + Cw_{j-1} \right)$$

Arriaga (1975, pp. 65-71), así como varios geógrafos, definen el coeficiente de Gini como

$$G = \sum_{i=2}^{n} Cw_i \, Cv_{i-1} - \sum_{i=2}^{n} Cw_{i-1} \, Cv_i$$

donde $Cv_j = \sum_{k=1}^{j} v_k$

Esta fórmula puede deducirse de la precedente:

$$G = 1 - \sum_{j=1}^{n} v_j \left(Cw_j + Cw_{j-1}\right)$$

$$G = 1 - \sum_{j=1}^{n} \left(Cv_j - Cv_{j-1}\right)\left(Cw_j + Cw_{j-1}\right)$$

$$G = 1 - \sum_{j=1}^{n} Cv_j\, Cw_j - \sum_{j=1}^{n} Cv_j\, Cw_{j-1}$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} Cv_{j-1}\, Cw_j + \sum_{j=1}^{n} Cv_{j-1}\, Cw_{j-1}$$

donde

$$\sum_{j=1}^{n} Cv_{j-1}\, Cw_{j-1} = \sum_{j=0}^{n-1} Cv_j\, Cw_j$$ et $Cv_0 = Cw_0 = 0$,

de suerte que

$$-\sum_{j=1}^{n} Cv_j\, Cw_j + \sum_{j=1}^{n} Cv_{j-1}\, Cw_{j-1} = -\sum_{j=1}^{n} Cv_j\, Cw_j + \sum_{j=1}^{n-1} Cv_j\, Cw_j$$
$$= -Cv_n Cw_n = -1$$

y

$$G = 1 - 1 - \sum_{j=1}^{n} Cv_j\, Cw_{j-1} + \sum_{j=1}^{n} Cv_{j-1}\, Cw_j$$

como $Cv_0 = Cw_0 = 0$, esto equivale a

$$G = -\sum_{j=2}^{n} Cv_j \, Cw_{j-1} + \sum_{j=2}^{n} Cv_{j-1} \, Cw_j$$

$$G = \sum_{j=2}^{n} Cw_j \, Cv_{j-1} - \sum_{j=2}^{n} Cw_{j-1} \, Cv_j$$

Cuando las observaciones están agrupadas, para calcular el índice de concentración de Gini sólo basta conocer la distribución entre las clases de la población (los v_j) y la distribución entre las clases de la suma de los valores de la variable Y (los w_j).

Primero, se acomoda de manera frecuente los habitantes (o los hogares) en orden creciente de ingreso; luego, se definen categorías de tamaños idénticos: quartiles, quintiles, deciles, etc. Con esto, se podrá comentar: "el 20% de la población con los ingresos más elevados (el quintil superior) acapara *xx*% del ingreso global mientras que los 20% con los ingresos más bajos (el quintil inferior) reciben únicamente el *zz*% de los ingresos globales. Tales enunciados dan de esta manera una medición de la concentración, pero, y a diferencia del coeficiente de Gini, son mediciones parciales que toman solo en cuenta una parte de la distribución.

Veamos, por ejemplo, la repartición del ingreso (y) entre las familias de Canadá en 1995 (la población que se toma en cuenta es, por lo tanto, las familias y no los individuos). Recientemente, *Statistique Canada* difundió los datos siguientes del censo de la población de 1996.[57]

[57] *Le Quotidien*, 3 de marzo de 1999. Es importante notar que los datos del censo de 1996 sobre los ingresos anuales se aplican al año anterior.

Tabla: Límites superiores (en $ de 1995) de los deciles del ingreso familiar y repartición del ingreso global familiar por decil, 1995

Decil	Límite superior	Parte del ingreso global (%)
Primero	15158	1.45
Segundo	23184	3.55
Tercero	31097	4.96
Cuarto	38988	6.42
Quinto	46951	7.86
Sexto	55355	9.37
Séptimo	64997	10.91
Octavo	77501	13.11
Noveno	98253	15.85
Décimo		26.53

Se pueden representar de otra manera los datos de esta tabla, como sigue:

Clase de ingresos ($ de 1995)	Fracción del número de familias (%)	Parte del ingreso global (%)
0-15158	10.00	1.45
15159-23184	10.00	3.55
23185-31097	10.00	4.96
31098-38988	10.00	6.42
38989-46951	10.00	7.86
46952-55355	10.00	9.37
55356-64997	10.00	10.91
64998-77501	10.00	13.11
77502-98253	10.00	15.85
98254 y más	10.00	26.53

En la tabla anterior, los w_j son parte del ingreso global; los v_j son todos iguales a 10%. A partir del cuadro antecedente, los cálculos preliminares del índice de Gini se hacen así:

Clase de ingresos ($ de 1995)	Fracción del número de familias (%)	Parte del ingreso global (%)			
	v_j	w_j	Cw_j	$v_j\ Cw_j$	$v_j\ Cw_{j-1}$
0-15158	10.00	1.45	0.0145	0.0015	0.0000
15159-23184	10.00	3.55	0.0500	0.0050	0.0015
23185-31097	10.00	4.96	0.0996	0.0100	0.0050
31098-38988	10.00	6.42	0.1638	0.0164	0.0100
38989-46951	10.00	7.86	0.2424	0.0242	0.0164
46952-55355	10.00	9.37	0.3361	0.0336	0.0242
55356-64997	10.00	10.91	0.4452	0.0445	0.0336
64998-77501	10.00	13.11	0.5763	0.0576	0.0445
77502-98253	10.00	15.85	0.7348	0.0735	0.0576
98254 y más	10.00	26.53	1.0001	0.1000	0.0735
Total	100.00	100.00		0.3663	0.2663

De modo que el índice de concentración de Gini del ingreso familiar en Canadá por decil en 1995 es igual a:

$$G = 1 - (0.3663 + 0.2663) = 0.3675$$

Es importante hacer dos observaciones en este momento:

- Los datos que se usaron en este caso fueron acomodados naturalmente en un orden creciente de las razones w_j / v_j. No es siempre el caso; en general, antes de calcular el índice de Gini, es necesario acomodar previamente los datos en orden correcto (vea el ejemplo extraído de Taylor, 1997, más abajo).
- Con datos agrupados, el índice de concentración de Gini depende del agrupamiento o del tipo de clasificación que se usa. Si se hubiera agrupado las familias por quintiles o por centiles los resultados del cálculo hubieran sido diferentes. Regresaremos más tarde en este punto.

1-4.3.3 La curva de Lorenz

La curva de Lorenz es un instrumento de comparación gráfico entre dos distribuciones.

Recordemos que

$Cv_j = \sum_{k=1}^{j} v_k =$ fracción acumulada de X (por ejemplo, de las familias, antes mencionado).

$Cw_j = \sum_{k=1}^{j} w_k =$ fracción acumulada de Y (por ejemplo, de los ingresos, antes mencionado).

Tenemos naturalmente:

$Cv_n = Cw_n = 1$

Método de construcción de la curva de Lorenz (vea el ejemplo numérico más abajo, extraído de Taylor, 1997, p. 179).

1. Calcular las razones $\frac{w_i}{v_i}$ [58].
2. Reordenar las categorías en orden creciente de $\frac{w_i}{v_i}$:

$$\frac{w_1}{v_1} < \frac{w_2}{v_2} < \cdots < \frac{w_n}{v_n}$$

3. Calcular las razones cumulativas Cv_i y Cw_i
4. La curva de Lorenz es el conjunto de los (Cv_i, Cw_i), donde los Cv_i se sitúan sobre el eje horizontal.

La curva de Lorenz tiene las propiedades que siguen:

[58] Estas razones no son más que las especificidades asociadas a las observaciones.

1. $Cv_0 = Cw_0 = 0$ (por definición, de Cv_i y de Cw_i): la curva empieza desde el origen; $Cv_n = Cw_n = 1$ (por definición, de Cv_i y de Cw_i): la curva termina en el punto de coordenadas [1,1] (o [100%, 100%]).
2. Cuando las dos distribuciones son idénticas, tenemos, para todo *i*,
3. $\mathrm{Cv}_i = \mathrm{Cw}_i$ es decir que la curva de Lorenz coincide con la diagonal.
4. $Cv_i \geq Cw_i$ para cada *i* diferente de 0 y de *n* (por construcción dado el reordenamiento de las categorías): la curva de Lorenz se encuentra debajo de la diagonal o coincide con ella;
5. La pendiente de cada segmento de la curva de Lorenz es igual al valor del indicador de especificidad asociado a la observación correspondiente:

   pendiente del segmento $i = = \dfrac{Cw_i - Cw_{i-1}}{Cv_i - Cv_{i-1}} = \dfrac{w_i}{v_i}$
6. La curva de Lorenz es cóncava hacia arriba, es decir que cada segmento tiene una pendiente más abrupta que la anterior: esto se infiere de la propiedad 5, donde por construcción $\dfrac{w_i}{v_i} < \dfrac{w_{i+1}}{v_{i+1}}$.

Construcción de una curva de Lorenz
(ejemplo numérico extraído de Taylor)

Primera etapa : cálculo de los w_i / v_i

Zona	x_i	v_i	y_i	w_i	w_i/v_i
	Número de hogares de clase media	Distrib. de x	Número de votos del partido Republícano	Distrib. de y	
A	30	0.25	30	0.30	1.20
B	20	0.17	15	0.15	0.90
C	10	0.08	8	0.08	0.96
D	10	0.08	5	0.05	0.60
E	20	0.17	19	0.19	1.14
F	30	0.25	23	0.23	0.92
Total	120	1.00	100	1.00	

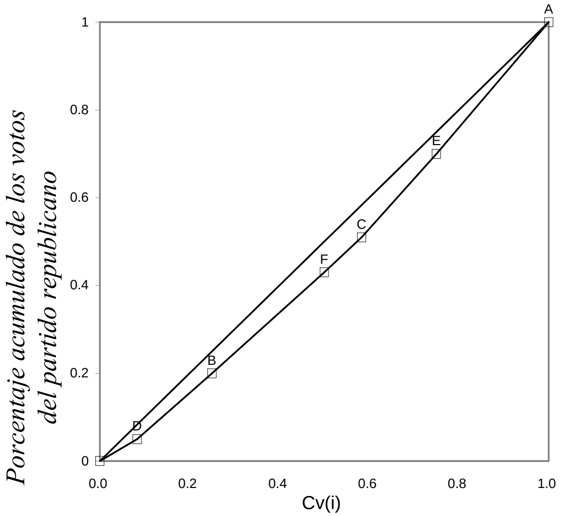
Segunda etapa: clasificación por orden creciente de los w_i/v_i.

Tercera etapa: cálculo de los abscisas y los ordenadas

Zona	x_i	v_i	y_i	w_i	w_i/v_i	Abscisas Cv_i	Ordenadas Cw_i	Diferencia (Cv_i-Cw_i)	Diferencia $\lvert v_i-w_i \rvert$
						0.00	0.00		
D	10	0.08	5	0.05	0.60	0.08	0.05	0.033	0.033
B	20	0.17	15	0.15	0.90	0.25	0.20	0.050	0.017
F	30	0.25	23	0.23	0.92	0.50	0.43	0.070	0.020
C	10	0.08	8	0.08	0.96	0.58	0.51	0.073	0.003
E	20	0.17	19	0.19	1.14	0.75	0.70	0.050	0.023
A	30	0.25	30	0.30	1.20	1.00	1.00	0.000	0.050
Total	120	1.00	100	1.00				0.147	

Nota: podemos constatar que la diferencia máxima entre la curva de Lorenz y la diagonal es igual a $\frac{1}{2}\sum_i \left| v_i - w_i \right|$.

Curva de Lorenz



Porcentaje acumulado de hogares de clase media

Cuarta etapa: cálculo del índice de concentración de Gini

						Abscisas	Ordenadas		
Zona	x_i	v_i	y_i	w_i	w_i/v_i	Cv_i	Cw_i	$v_i\,Cw_i$	$v_i\,Cw_{i-1}$
						0.00	0.00		
D	10	0.08	5	0.05	0.60	0.08	0.05	0.004	0.000
B	20	0.17	15	0.15	0.90	0.25	0.20	0.033	0.008
F	30	0.25	23	0.23	0.92	0.50	0.43	0.108	0.050
C	10	0.08	8	0.08	0.96	0.58	0.51	0.043	0.036
E	20	0.17	19	0.19	1.14	0.75	0.70	0.117	0.085
A	30	0.25	30	0.30	1.20	1.00	1.00	0.250	0.175
Total	120	1.00	100	1.00				0.554	0.354

$$G = 1 - (0.554 + 0.354) = 0.092$$

1-4.3.4 Cálculo geométrico del índice de Gini por medio de la curva de Lorenz

En realidad fue extraordinaria la hazaña de Corrado Gini al demostrar en 1914 que el índice de concentración que lleva su nombre es igual a la razón entre 1) la superficie contenida entre la diagonal y la curva de Lorenz, y 2) la superficie total debajo de la diagonal:

$$G = \frac{\text{Superficie contenida entre la diagonal y la curva de Lorenz}}{\text{Superficie total debajo de la diagonal}}$$

La superficie total del triángulo debajo de la diagonal se calcula de la manera siguiente:

$$\frac{Cw_n \times Cv_n}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

La superficie contenida entre la diagonal y la curva de Lorenz se calcula como la diferencia entre la superficie total del triángulo debajo de la diagonal ($=\frac{1}{2}$) y la superficie debajo de la curva de Lorenz. La superficie debajo de la curva de Lorenz (vea ejemplo numérico anterior y la figura más abajo) es la suma de *n* trapecios que tienen, cada uno, una superficie igual a:

$$\frac{1}{2} v_i \left(Cw_i + Cw_{i-1} \right)$$

La superficie debajo de la curva de Lorenz es por consiguiente la suma de estas *n* superficies:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} v_i \left(Cw_i + Cw_{i-1} \right)$$

Y el coeficiente Gini se calcula así:

$$G = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} v_i\left(Cw_i + Cw_{i-1}\right)\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$= 1 - \sum_{i=1}^{n} v_i\left(Cw_i + Cw_{i-1}\right) = \frac{\Delta}{2\mu}$$

lo que corresponde perfectamente a la fórmula enunciada con anterioridad.

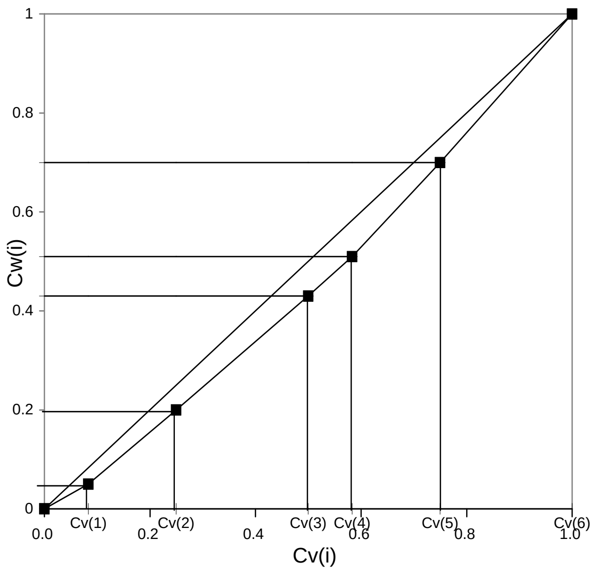
Para facilitar la interpretación de la curva de Lorenz y del índice de Gini asociado a esta curva, es importante recordar que es la distribución V que toma el papel de distribución de referencia (o sea de igualdad perfecta o de concentración cero). En la curva de Lorenz, los Cv_i se localizan en el eje horizontal y los Cw_i,, en el eje vertical.

Ejemplos:

Si V es una repartición del territorio entre las zonas y los W, la repartición de la población, el coeficiente de Gini es la medición de la concentración geográfica de la población.

Si V es una distribución de la población (o de los hogares) en n categorías y W, la distribución del ingreso anexada por categoría, entonces el coeficiente de Gini es la medición de la concentración del ingreso.

Cálculo geométrico del índice de concentración de Gini



1-4.3.5 Propiedades del índice de concentración de Gini

El índice de concentración de Gini posee las seis propiedades que debe tener una medición de desigualdad, tal y como fueron enunciadas al principio de este capítulo. Además, posee las propiedades siguientes:

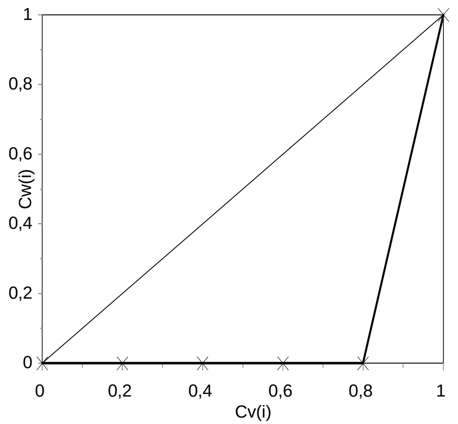
1. El índice de Gini varía entre 0 y 1.[59] El coeficiente de Gini toma el valor 0 cuando las dos distribuciones son idénticas. Toma su valor máximo teórico 1 cuando la curva de Lorenz sigue la base y el lado derecho de la "caja"; sin embargo, para alcanzarse el máximo teóri-

[59] O entre 0% y 100% cuando lo expresamos en porcentaje.

co, es necesario que el número de categorías tienda hacia el infinito de tal manera que v_n tienda hacia 0.[60]

2. Se puede demostrar que el índice de Gini es simétrico, es decir, que se puede intercambiar el papel de las dos distribuciones; en otras palabras, si invertimos los papeles, el valor del coeficiente de Gini no cambia.
3. Cuando los datos son agrupados, el índice de Gini es sensible a la definición y al número de categorías usadas (clases, zonas).
4. Cuando se usa como medición de concentración espacial, el índice de Gini no toma en cuenta, de ninguna manera, la proximidad en el espacio entre las diferentes zonas de fuerte densidad (se considera el espacio como un rompecabezas no hecho).

Guardando el valor máximo que puede lograr el coeficiente de Gini cuando el número de categorías no es infinito, precisamos que es igual a $1 - v_n$. Esta propiedad se ilustra en la siguiente figura.



[60] De otra manera, cuando $v_n > 0$, el valor máximo de G es igual a $1 - v_n$.

En este ejemplo, es fácil verificar, aplicando el método de cálculo geométrico, que $v_n = 0.2$ y $G = (1 - 0.2) = 0.8$.

La tercera propiedad merece que la examinemos con más énfasis. En particular, se manifiesta por lo siguiente: la agregación de dos o más categorías siempre implica una reducción del valor calculado del coeficiente de Gini (al menos que las dos categorías tengan la misma especificidad, y en este caso se aplica la propiedad 5 de las mediciones de la desigualdad). Este hecho se verifica fácilmente si pensamos en el cálculo efectuado con la ayuda de la curva de Lorenz: la agregación de dos categorías vecinas reduce el espacio contenido entre la curva de Lorenz y la diagonal. Viene a confirmar también la intuición de que la agregación de categorías implica borrar una parte de las diferencias.

Esta sensibilidad del Gini a la definición de las categorías puede seriamente comprometer su fiabilidad como medición de la concentración, y aún más cuando las categorías son de tamaños diferentes. Para ilustrar este fenómeno, imaginemos que queramos comparar la concentración de la población en dos momentos diferentes, en un territorio dividido en tres zonas con la misma superficie (acordamos que igual a 1):

	Superf.	Población		Densidad	
		al momento 0	al momento t	al momento 0	al momento t
Zona 1	1	10	80	10	80
Zona 2	1	80	10	80	10
Zona 3	1	10	10	10	10

Está claro en este ejemplo que la concentración quedó igual a la escala considerada ($G = 0.47$)), aunque el centro de gravedad de la población se haya desplazado hacia la zona 1.

Supongamos ahora que agregamos las zonas 2 y 3:

	Superf.	Población		Densidad	
		al momento 0	al momento t	al momento 0	al momento t
Zona 1	1	10	80	10	80
Zonas 2 y 3	2	90	20	45	10

Los datos agregados hacen creer que la concentración aumentó puesto que tenemos G = 0.23 al momento 0 y G = 0.47 al momento t (observe que el índice de Gini es más pequeño con los datos agregados al momento 0, pero es el mismo al momento t puesto que, en este último caso, las zonas agregadas son de misma densidad, es decir de la misma especificidad).

1-4.4 CONCLUSIÓN CON RESPECTO A LA MEDICIÓN DE LA DESIGUALDAD

Acabamos de citar solamente algunas de las múltiples mediciones de desigualdad que se proponen ahora. Entre las mediciones que no hemos mencionado, existen las mediciones de entropía, como la medición de Shanon, o la medición de la ganancia de información de Kullback-Leibter (también asociado al nombre de Theil). El lector interesado podrá consultar el resumen de Valeyre (1993).

Finalmente, recordemos que las mediciones de desigualdad son mediciones de alejamiento de una distribución observada con relación a una distribución de referencia. Por esta razón, se parecen mucho a las mediciones de disimilitud, las cuales comparan dos distribuciones cuyos papeles son simétricos (ninguna de las dos juega el papel de referencia).