CAPÍTULO 1-2
LA INTERPRETACIÓN DE LAS MAGNITUDES

Más allá del problema de la medición, surge el problema de la interpretación de las magnitudes, o sea del sentido que se da a los números. Trataremos de tres temas. Primero, examinaremos dos técnicas numéricas de uso frecuente para facilitar la interpretación de las magnitudes: la construcción de una medición relativa y el análisis de descomposición. En los dos casos, se ilustrará el método con una técnica de gran manejo en las ciencias regionales y en estudios urbanos. Los límites de estas herramientas serán el objeto de un especial énfasis. Luego, hablaremos de la medición del crecimiento o, de manera más general, del modo de resumir la evolución de una magnitud en el tiempo.

1-2.1 MEDICIONES RELATIVAS: EL EJEMPLO DEL COCIENTE DE LOCALIZACIÓN

- En 1600, Inglaterra contaba con una población de aproximadamente, cinco millones de habitantes.[5] ¿Se

[5] Braudel (1979, p. 49) compara Inglaterra con Francia (que tenía entonces 20 millones) y concluye que Francia estaba superpoblada, dado que “Si ambos países hubieran crecido al ritmo promedio del mundo, Inglaterra tendría 40 millones de habitantes hoy, y Francia 160”, lo que es muy dife-

puede decir que, en ese entonces, Inglaterra estaba densamente poblada?

- En Berlín, en los años 1800, una familia destinaba 44.2% de sus ingresos para comprar pan.[6] ¿Era normal para la época?
- En el siglo XV, y en el siglo XVI hasta el año de 1543, el precio del trigo traducido en horas de trabajo de mano de obra equivalía a menos de 100 horas el quintal (1 quintal = 100 kg), pues arriba de 100 hasta 1883 aproximadamente.[7] ¿Qué significa esto con relación al nivel de vida?

Dicho de otra manera, "¿es mucho?": es la pregunta que nos hacemos, por lo general, al enterarnos de una cifra en un campo que no nos es familiar. Como vemos en los ejemplos citados arriba, no son las unidades de medición las que causan el problema; es la falta de puntos de referencia. Por lo tanto, si medir es comparar, la interpretación de las magnitudes requiere de una "metacomparación", o sea, de una comparación con una magnitud que tiene sentido para el observador con el fin de tener una perspectiva de los datos y de entender el orden de magnitud de las cifras.

La representación gráfica con comparación es, con seguridad, el método más usado para dar al observador un punto

---

rente de las cifras reales : en 2001, Francia contaba con 59.6 millones de habitantes y el Reino Unido 58.9 (PNUD, 2003).

[6] Braudel (1979, p. 142). El total de los alimentos representa 72.7% del presupuesto. Entonces el pan cuenta por 60.8% de los gastos alimenticios de la familia, "una proporción enorme dado el precio relativo de las cereales", El autor hace la comparación con los gastos alimenticios del Parisino en 1788 y 1854: "El trigo, primera fuente de energía, no logra más que el tercer rango de los gastos, después de la carne y del vino (cada uno 17% de los gastos totales)" (pp. 143-144).

[7] Braudel (1979, p. 145) explica: "Un trabajador cumple *aproximadamente* 3 000 horas de trabajo cada año; su familia (4 personas) come *aproximadamente* 12 quintales por año... Pasar el límite de 100 horas por un quintal, siempre es grave; pasar las 200 da la alerta; a las 300, es la hambruna".

de referencia y permitirle interpretar las magnitudes. Sobre este tema, se invita al lector a consultar el pasaje "Del buen y mal uso de las gráficas" en Wonnacott y Wonnacott (1992, pp. 61-69).

De igual manera, es importante conocer el campo de dominio de una magnitud para poder interpretarla correctamente. Regresaremos sobre este tema cuando examinamos las mediciones de desigualdad y las mediciones de similitud/disimilitud.

Sin embargo, es a menudo necesario formalizar más adelante esta metacomparación construyendo una medición relativa, o sea, la razón entre dos valores. Es lo que hace el cociente de localización.

1-2.1.1 El cociente de localización[*]

También conocidos como *índices de concentración relativa*, los cocientes de localización son mediciones relativas de la importancia relativa del empleo en una rama de actividad en una ciudad o una región[8]. Por lo tanto, se aplican a datos de una tabla de empleo por rama y por ciudad o región. Mostramos, aquí, un ejemplo ficticio:

Empleo por zona y por rama

Rama	B1	B2	B3	Total
Zona				
Z1	48	325	287	660
Z2	27	185	148	360
Z3	45	90	45	180
Total	120	600	480	1200

[*] Referencias: Page-Patton, 1991, ch. 14; Polèse, 1994, pp. 128-129.

[8] Pertenecen a la categoría de lo que Jayet (1993, p. 18) llama los "indicadores de especificidad".

Este tipo de tabla se llama una tabla de contingencia (vea Gilles, 1994, sección 6.3). Queremos ser capaces de contestar a preguntas como las que siguen: "¿48 empleos de la rama *B1* en la zona *Z1*, es poco?" o "¿325 empleos de la rama *B2* en la zona *Z1*, es mucho?".

En una primera etapa, podemos examinar las distribuciones.

Distribución del empleo de las ramas entre zonas

Rama	*B1*	*B2*	*B3*	Total
Zona				
Z1	0.400	0.542	0.598	0.550
Z2	0.225	0.308	0.308	0.300
Z3	0.375	0.150	0.094	0.150
Total	1.000	1.000	1.000	1.000

¿48 empleos de la rama *B1* en la zona *Z1*, es poco? El examen de la distribución del empleo entre las zonas muestra que estos 48 empleos representan 40% del total de empleo de la rama *B1*; es en la zona *Z1* donde encontramos el más grande número de empleo en esta rama. Por el contrario, la zona *Z1* contiene 55% del empleo sin distinción de ramas. Considerando la talla de la zona *Z1*, 48 empleos no son muchos.

Distribución del empleo de las zonas entre ramas

Rama	*B1*	*B2*	*B3*	Total
Zona				
Z1	0.073	0.492	0.435	1.000
Z2	0.075	0.514	0.411	1.000
Z3	0.250	0.500	0.250	1.000
Total	0.100	0.500	0.400	1.000

¿325 empleos de la rama *B2* en la zona *Z1*, es mucho? El examen de la distribución del empleo entre las ramas muestra que estos 325 empleos representan cerca de la mitad (49%)

del empleo en la zona *Z1*. Pero, en la economía total, la rama *B2* representa la mitad; por lo tanto, 325 empleos es “normal”.

Calcular el cociente de localización es una manera de formalizar este tipo de razonamiento.

En el primer caso (48 empleos de la rama *B1* en la zona *Z1*) se mide la importancia de esta zona con la fracción de esta zona en el total de empleos de la rama (48/120 = 0.4 o 40%).[9] Sin embargo, es necesario referirse al porcentaje correspondiente a las actividades totales (660/1200 = 0.55 o 55%) para poder interpretar este 40%. La medición relativa que usamos de manera implícita para apreciar la importancia de *Z1* para *B1* es la razón 0.40/0.55: esto es un cociente de localización. En el segundo caso (325 empleos de la rama *B2* en la zona *Z1*), procedimos de manera análoga. Se mide la importancia de la rama con la fracción de esta rama en el empleo total de la zona (325/660 = 0.492 o 49%) Sin embargo, es necesario referirse al porcentaje del total de las zonas (660/1200 = 0.5 o 50%) para interpretar este 49%. La medición relativa que usamos de manera implícita para apreciar la importancia de *B2* para *Z1* es la razón 0.49/0.50: esto es también un cociente de localización. De esta manera, el cociente de localización compara dos puntos correspondientes en dos distribuciones (dos puntos correspondientes y no dos distribuciones; las distribuciones son objetos multidimensionales. Veremos en el capítulo 1-5 cómo se puede comparar).

Tabla de contingencia: simbología e identidades fundamentales

Antes de llevar a cabo una presentación más formal de los cocientes de localización, establecemos una simbología apro-

[9] Podemos ya hablar de una medición relativa considerando que es el resultado de la razón entre dos números comparables.

piada y recordamos las identidades fundamentales que se verifican en una tabla de contingencia del tipo del empleo por zona y por rama.

Simbología

x_{ij}	Número de empleos de la rama *j* en la zona *i*
$x_{\bullet j} = \sum_{i} x_{ij}$	Número total de empleos de la rama *j*
$x_{i\bullet} = \sum_{j} x_{ij}$	Número total de empleos en la zona *i*
$x_{\bullet\bullet} = \sum_{i} \sum_{i} x_{ij}$	Número total de empleos de todas las ramas en todas las zonas
$p_{ij} = {x_{ij}}/{x_{\bullet\bullet}}$	Fracción del empleo total global que pertenece a la rama *j* y situado en la zona *i*
$p_{\bullet j} = \sum_{i} p_{ij}$	Fracción del empleo total global que pertenece a la rama *j*
$p_{i\bullet} = \sum_{j} p_{ij}$	Fracción del empleo total global situado en la zona *i*
$p_{j/i\bullet} = {p_{ij}}/{p_{i\bullet}}$	Fracción del empleo total de la zona *i* que pertenece a la rama *j*
$p_{i/\bullet j} = {p_{ij}}/{p_{\bullet j}}$	Fracción del empleo total de la rama *j* situado en la zona *i*

Hemos de caer en la cuenta de que estos símbolos $p_{\bullet j}$ y $p_{i\bullet}$ son probabilidades marginales: $p_{\bullet j}$ es la probabilidad que un empleo tomado al azar entre los $x_{\bullet\bullet}$ empleos censados pertenezca a la rama *j* ; $p_{i\bullet}$ es la probabilidad de que un empleo tomado al azar esté en la zona *i*. De la misma manera, hemos de caer en la cuenta de que $p_{j/i\bullet}$ y $p_{i/\bullet j}$ son probabilidades condicionales: $p_{j/i\bullet}$ es la probabilidad que un empleo tomado al azar en la zona i pertenezca a la rama *j*; $p_{i/\bullet j}$ es la probabilidad de que un empleo tomado al azar de la rama *j* esté en la zona *i*.

Se deducen naturalmente las identidades siguientes:

$$p_{\bullet j} = \sum_i p_{ij} = \sum_i x_{ij} / x_{\bullet\bullet} = x_{\bullet j} / x_{\bullet\bullet} \text{ y}$$

$$p_{i\bullet} = \sum_j p_{ij} = \sum_j x_{ij} / x_{\bullet\bullet} = x_{i\bullet} / x_{\bullet\bullet}$$

$$p_{j/i\bullet} = p_{ij} / p_{i\bullet} = x_{ij} / x_{i\bullet} \text{ y } p_{i/\bullet j} = p_{ij} / p_{\bullet j} = x_{ij} / x_{\bullet j}$$

$$\sum_i \sum_j p_{ij} = \sum_i p_{i\bullet} = \sum_j p_{\bullet j} = 1$$

$$\sum_j p_{j/i\bullet} = \sum_j p_{ij} \Big/ p_{i\bullet} = 1 \text{ y } \sum_i p_{i/\bullet j} = \sum_i p_{ij} \Big/ p_{\bullet j} = 1$$

El cociente de localización: formalización

Se define el cociente de localización tanto a partir de la distribución del empleo entre ramas como a partir de la distribución entre zonas. A partir de la distribución entre zonas, se define el cociente de localización de la actividad *j* en la zona *i* como sigue:

$$QL_{ij} = \frac{\text{Fracción del empleo total del ramo } j \text{ ubicado en la zona } i}{\text{Fracción del empleo total global ubicado en la zona } i}$$

$$QL_{ij} = \frac{p_{i/\bullet j}}{p_{i\bullet}} = \frac{x_{ij}/x_{\bullet j}}{x_{i\bullet}/x_{\bullet\bullet}}$$

Por ejemplo

$$QL_{21} = 0.225 / 0.300 = 0.750$$

De manera equivalente, a partir de la distribución entre ramas, se define el cociente de localización de la actividad *j* en la zona *i* como sigue:

$$QL_{ij} = \frac{\text{Fracción del empleo total de la zona } i \text{ que pertenece al ramo } j}{\text{Fracción del empleo total global que pertenece al ramo } j}$$

$$QL_{ij} = \frac{p_{j/i\bullet}}{p_{\bullet j}} = \frac{x_{ij}/x_{i\bullet}}{x_{\bullet j}/x_{\bullet\bullet}}$$

Por ejemplo:

$$QL_{21} = 0.075 / 0.100 = 0.750.$$

No es casual que los dos cálculos alojen el mismo resultado, ya que

$$\frac{x_{ij}/x_{\bullet j}}{x_{i\bullet}/x_{\bullet\bullet}} = \frac{x_{ij}/x_{i\bullet}}{x_{\bullet j}/x_{\bullet\bullet}} = \frac{x_{ij}\,x_{\bullet\bullet}}{x_{i\bullet}\,x_{\bullet j}}$$

En nuestro ejemplo:

$$QL_{21} = \frac{x_{21}/x_{\bullet 1}}{x_{2\bullet}/x_{\bullet\bullet}} = \frac{x_{21}/x_{2\bullet}}{x_{\bullet 1}/x_{\bullet\bullet}} = \frac{x_{21}\,x_{\bullet\bullet}}{x_{2\bullet}\,x_{\bullet 1}}$$

$$QL_{21} = \frac{27/120}{360/1200} = \frac{27/360}{120/1200} = \frac{27\times 1200}{360\times 120} = 0.75$$

Hay efectivamente equivalencia.

Cocientes de localización

Rama	*B1*	*B2*	*B3*
Zona			
Z1	0.727	0.985	1.087
Z2	0.750	1.028	1.028
Z3	2.500	1.000	0.625

Los cocientes de localización pueden tomar valores entre el 0 y el infinito.[10] Cuando $x_{ij} = 0$, el cociente de localización alcanza el valor mínimo: $QL_{ij} = 0$. Por otra parte, alcanza el valor más elevado posible cuando $x_{ij} = x_{\bullet j} = x_{i\bullet}$, o sea, cuando el total de los empleos de la actividad *j* se encuentra

[10] Algunos autores normalizan el cociente de localización con la transformación $\frac{QL_{ij} - 1}{QL_{ij} + 1}$. Esta razón varia de –1 a +1.

en la zona *i* y que no existe otro tipo de actividad en esta zona: en estas condiciones, $QL_{ij} = {x_{\bullet\bullet}}/{x_{ij}}$.

En la expresión anterior, $x_{ij} = x_{\bullet j} = x_{i\bullet} \geq 1$, de lo contrario, la rama no existiría. Por lo tanto, el valor máximo de QL_{ij} es $x_{\bullet\bullet}$: este valor no tiene límite teórico, razón por la cual se dice que el cociente de localización puede tomar valores hasta el infinito; sin embargo, en la práctica, son los valores observados que limitan el máximo.

El punto de referencia natural para interpretar el cociente de localización, es 1.0. Además, las fórmulas anteriores mostraron que se pueden hacer dos lecturas del cociente de localización.

- Con relación a la primera lectura, si $QL_{ij} > 1$, se dice que la actividad *j* es *relativamente concentrada*[11] en la zona *i*; decimos "relativamente" en comparación con otras actividades, y esto porque la fracción del empleo en la zona *i* es *más* importante para la actividad *j que para las otras actividades*; con más precisión, decimos que la zona *i* es una zona de concentración relativa para esta actividad porque puede haber otras zonas de concentración relativa de esta misma actividad.

Por ejemplo en $QL_{23} = 1.028$ la actividad *B3* es relativamente concentrada para la zona *Z2*; sin embargo, no es la zona *Z2* que tenga el más empleos en esta rama sino más bien la zona *Z1*.

- Con relación a la segunda lectura, si $QL_{ij} > 1$, se dice también que la zona *i* es *relativamente* especializada en la actividad *j*; decimos "relativamente" en compara-

[11] De aquí la expresión adecuada, "índice de concentración relativo", para designar el cociente de localización.

ción a las otras zonas porque, en esta zona, la actividad *j* ocupa un lugar *más* importante *que en otras partes*.

> Por ejemplo en $QL_{31} = 2.500$ la zona *Z3* es relativamente especializada en la actividad *B1*; sin embargo, no es en la rama *B1* donde encontramos el más grande número de empleos de la zona *Z3* sino más bien en la rama *B2*.

- Por el contrario, si $QL_{ij} < 1$, se dice que la actividad *j* es relativamente menos presente en la zona *Z1* que en otras partes, o sea que la actividad *j* no es relativamente concentrada en la zona *i* y que la zona *i* no es relativamente especializada en la actividad *j*.

> Por ejemplo, $QL_{12} = 0.985$ la rama *B2* es relativamente menos presente en la zona *Z1* aunque sea la rama con el más grande número de empleos en esta zona, y aunque sea en *Z1* que esta rama tenga el más grande número de empleos (325 es el número más grande de su línea y de su columna).

Los ejemplos citados nos muestran la importancia del adverbio "relativamente" en los enunciados interpretativos anteriores. De manera más general, si la zona *i* es pequeña comparada con otras zonas ($p_{i\bullet}$ pequeño), lo mismo cuando $QL_{ij} > 1$, es posible que la fracción del empleo de la actividad *j* en la zona *i* ($p_{i/\bullet j}$) no sea importante. En efecto,

$$QL_{ij} = \frac{\text{Fracción del empleo total del ramo } j \text{ ubicado en la zona } i}{\text{Fracción del empleo total global ubicado en la zona } i}$$

$$QL_{ij} = \frac{p_{i/\bullet j}}{p_{i\bullet}} = \frac{x_{ij}/x_{\bullet j}}{x_{i\bullet}/x_{\bullet\bullet}}$$

de tal manera que si $p_{i\bullet}$ es pequeño, es posible que $QL_{ij} > 1$, mismo si $p_{i/\bullet j}$ es pequeño, y en cuanto $p_{i\bullet}$ sea todavía más pequeño. En tales condiciones, sería erróneo pretender que la actividad *j* es concentrada (en términos *absolutos*) en la zona *i*.

Igualmente, si la actividad *j* es de menor importancia en la economía ($p_{\bullet j}$ pequeño), mismo cuando $QL_{ij} > 1$, es posible que la fracción del empleo de la actividad *j* con relación al total de empleos en la zona i ($p_{j/i\bullet}$) no sea importante. En efecto,

$$QL_{ij} = \frac{\text{Fracción del empleo total de la zona } i \text{ que pertenece al ramo } j}{\text{Fracción del empleo total global que pertenece al ramo } j}$$

$$QL_{ij} = \frac{p_{j/i\bullet}}{p_{\bullet j}} = \frac{x_{ij}/x_{i\bullet}}{x_{\bullet j}/x_{\bullet\bullet}}$$

de tal manera que si $p_{\bullet j}$ es pequeño, es posible que $QL_{ij} > 1$o mismo si $p_{j/i\bullet}$ es pequeño, y en cuanto $p_{\bullet j}$ sea todavía más pequeño. En tales condiciones, sería erróneo pretender que la zona *i* es especializada (en términos absolutos) en la actividad *j*.

Con una interpretación correcta, los cocientes de localización pueden servir para el análisis descriptivo de datos de empleo (vea Lemelin y Polèse, 1993).

Nota: es matemáticamente imposible que $QL_{ik} > 1$ para todas las zonas *i* al mismo tiempo (o, de manera simétrica que $QL_{ik} < 1$ para todas las zonas *i* al mismo tiempo). En efecto, ya que $QL_{ik} = \frac{p_{i/\bullet k}}{p_{i\bullet}}$, esto implicaría que $p_{i/\bullet k} > p_{i\bullet}$ para cada *i*, de tal manera que tendríamos $\sum_i p_{i/\bullet k} > \sum_i p_{i\bullet}$, algo imposible dado que las dos sumas deben sumar 1.

De igual manera, es matemáticamente imposible que $QL_{kj} > 1$ para todas las actividades *j* al mismo tiempo. En efecto, ya que $QL_{kj} = \frac{p_{j/k\bullet}}{p_{\bullet j}}$, esto implicaría que $p_{j/k\bullet} > p_{\bullet j}$ para cada *j*, de tal manera que $\sum_j p_{j/k\bullet} > \sum_j p_{\bullet j}$, algo imposible dado que los dos términos de la comparación deben sumar 1.

Puede ser de gran utilidad recordar estas reglas: llegar a tales resultados implica que se cometieron errores en los cálculos.

1-2.1.2 Estimación del empleo exportador por medio del cociente de localización

Usamos también los cocientes de localización en la teoría de la base económica (Polese, 1994, p. 125-138) para estimar el empleo “exportador” (para ver un ejemplo, vea Polese y Stafford, 1982). Dada la escasez de datos sobre los intercambios interregionales, esta posibilidad es atrayente. Sin embargo, la estimación del empleo exportador por medio del cociente de localización se basa en hipótesis más bien restrictivas (Isserman, 1990, p. 157):

1. La productividad del trabajo es igual entre ciudades y regiones.
2. La absorción (uso local) del producto por empleo en la economía local es igual entre ciudades y regiones.[12]
3. No hay importaciones o exportaciones netas en todo el país.
4. La demanda local se aprovisiona primero con los productores locales; esto implica que no haya flujos cruzados entre ciudades o entre regiones ("cross-hauling").

En estas condiciones, podemos interpretar el excedente del cociente de localización con relación a 1.0 como una medición del empleo exportador. Con más precisión, se puede estimar el empleo "exportador" de la rama *j*, EXP_{ij}, lo cual pertenece a la base económica de la región, con la fórmula:

$$EXP_{ij} = \begin{cases} x_{ij} \dfrac{(QL_{ij} - 1)}{QL_{ij}}, \text{si } QL_{ij} > 1 \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$$

Por ejemplo, $EXP_{31} = 45 \times \dfrac{2.5 - 1}{2.5} = 27$ de los 45 empleos de la rama *B1* en la zona *Z3*

La fracción de x_{ij} que pertenece al empleo exportador es la fracción de QL_{ij} que excede 1. Cuando $QL_{ij} < 1$, no hay exportación de la actividad *j* desde la región *i* y, por lo tanto, el empleo exportador es nulo.

Para entender mejor la significación de este cálculo, sustituimos QL_{ij} y simplificamos para obtener

[12] Isserman (1999 y Norcliffe (1993) usan el término "consumo" para designar tanto la demanda final como la demanda intermediaria. El término "absorción" parece más exacto.

$$EXP_{ij} = x_{ij} - \left({x_{i\bullet}}\big/{x_{\bullet\bullet}} \right) x_{\bullet j} = x_{ij} - p_{i\bullet} x_{\bullet j} \text{ , si}$$

$$x_{ij} > p_{i\bullet} x_{\bullet j}$$

Por ejemplo: $EXP_{31} = 45 - \left(180\big/1200 \right) 120 = 27$

Vemos, así, que el empleo exportador es la diferencia entre el valor observado x_{ij} y el valor hipotético que tomaría la cifra del empleo si la región *i* produjera solamente "su parte" de *j* (o sea $p_{i\bullet}$, que implicaría que el cociente de localización QL_{ij} fuera igual a 1).

Para ver cómo intervienen las hipótesis enunciadas anteriormente, volvamos a escribir la fórmula en la forma siguiente:

$$EXP_{ij} = \left[\left({x_{ij}}\big/{x_{\bullet j}} \right) - \left({x_{i\bullet}}\big/{x_{\bullet\bullet}} \right) \right] x_{\bullet j} = \left(p_{i/\bullet j} - p_{i\bullet} \right) x_{\bullet j}$$

$$\text{si } p_{i/\bullet j} > p_{i\bullet}$$

Por ejemplo: $EXP_{31} = \left\lfloor \left(45\big/120 \right) - \left(180\big/1200 \right) \right\rfloor 120 = 27$

La primera hipótesis se refiere a la razón $p_{i/\bullet j}$ o ${x_{ij}}\big/{x_{\bullet j}}$; esta razón es la participación de la región *i* en el empleo de la actividad *j*; la primera hipótesis permite considerar esta razón como una aproximación de la parte de la región en la producción del bien *j*.

La segunda hipótesis se refiere a la razón $p_{i\bullet}$ o ${x_{i\bullet}}\big/{x_{\bullet\bullet}}$; esta razón es la parte de la región *i* en el empleo total; la segunda hipótesis permite considerar esta razón como una aproximación de la parte de la región en el uso (absorción) del bien *i*.

Las otras dos hipótesis permiten interpretar la diferencia como la parte del empleo nacional de la rama *j* que pertenece a la base económica de la región *i*. O sea que la tercera hipótesis nos dice que las importaciones internacionales son nulas, de ahí que la identidad

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{producción}\\ +\\ \text{Importaciones}\\ \text{de las demás regiones}\\ +\\ \text{Importaciones}\\ \text{internacionales}\end{array}} = \boxed{\begin{array}{c}\text{Absorción}\\ +\\ \text{Exportaciones}\\ \text{a las demás regiones}\\ +\\ \text{Exportaciones}\\ \text{internacionales}\end{array}}$$

llega a ser

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Producción}\\ +\\ \text{Importaciones}\\ \text{de las demás regiones}\end{array}} = \boxed{\begin{array}{c}\text{Absorción}\\ +\\ \text{Exportaciones}\\ \text{a las demás regiones}\end{array}}$$

o sea

$$\boxed{\text{Producción} - \text{Absorción}} = \boxed{\begin{array}{c}\text{Exportaciones netas a}\\ \text{las demás regiones}\end{array}}$$

cuando el excedente de la producción con relación a la absorción es positivo.

Finalmente, la cuarta hipótesis nos dice que si hay exportaciones hacia otras regiones, no hay importaciones que vengan de otras regiones, y viceversa. Por lo tanto, cuando las importaciones netas son positivas, son iguales a las exportaciones brutas.

Después de calcular el empleo exportador de cada rama, sólo resta hacer la suma para obtener una estimación de la "base" económica de la región *i* (conocido también como empleo *básico*):

$$\text{Base exportadora} = \sum_{j \text{ cuando } QL_{ij}>1} EXP_{ij}$$

En el modelo de la base económica, hacemos la hipótesis que la razón

$$\theta = \frac{\sum_j x_{ij}}{\sum_j EXP_{ij}}$$

es constante. El modelo predice que, para cada empleo exportador que se crea (o que desaparece), el empleo total aumenta (o disminuye) de θ empleos. θ se llama el *multiplicador de la base económica.*[13]

1-2.2 El análisis de descomposición aditiva y multiplicativa de las variaciones

1-2.2.1 Principio

El análisis "shift-share" es un caso particular de una técnica más general conocida como el análisis de descomposición de las variaciones.[14] En principio, el análisis de descomposición de las variaciones puede aplicarse a toda diferencia entre dos valores observados de una misma variable. Puede tratarse de dos observaciones de un mismo objeto en momentos diferentes u observaciones de dos objetos distintos.

El análisis de descomposición de las variaciones consiste en descomponer la diferencia entre dos valores de una medición en una suma de términos (descomposición aditiva) o en un producto de factores (descomposición multiplicativa). Tal descomposición es siempre una tautología del tipo

$$x - y = (x - a) + (a - b) + (b - c) + (c - y)$$

---

[13] Múltiples variantes del cociente de localización se propusieron para aligerar lo exigente de las hipótesis que son bases del método.

[14] Encontramos otro ejemplo en el famoso artículo en ciencias regionales de Williamson (1965), en el cual propone una descomposición de la evolución en el tiempo de la medición de desigualdad interregional.

o

$$x/y = (x/a)\,(a/b)\,(b/c)\,(c/y)$$

o sea

$$\log x - \log y = (\log x - \log a) + (\log a - \log b) + (\log b - \log c) + (\log c - \log y)$$

Por lo tanto, la utilidad de la descomposición depende de la interpretación que le podemos dar a los términos de una descomposición aditiva o a los factores de una descomposición multiplicativa. Esta interpretación se basa en un modelo a menudo implícito. El lenguaje usado ("este efecto", "este otro factor") sobreentiende, a veces, connotaciones de causalidad no siempre justificadas.

1-2.2.2 Aplicación al análisis "shift-share" [*]

El análisis "shift-share"[15] es un método de análisis de descomposición muy conocido entre los practicantes de las ciencias regionales. Consiste en descomponer la variación del empleo de una ciudad o de una región. Examinaremos, ahora, el método de descomposición de la variación del empleo de una actividad, y luego el método de descomposición de la variación del empleo de un grupo de actividades.

Descomposición de la variación del empleo de una actividad

Para ilustrar el método shift-share, usaremos el ejemplo numérico que sigue:

---

[*] Réferencias: Page-Patton, cap. 9; Coffey y Polèse (1988); Polèse, 1994, pp. 349-357.

[15] Jayet (1993, pp. 29-34) emplea la expresión "análisis estructural geográfico". Por mi parte, prefiero mejor la expresión de Bonnet (1995): "análisis estructural-residual".

Empleo por zona y por rama

Rama	Año 1 *B1*	*B2*	*B3*	Total	Año 2 *B1*	*B2*	*B3*	Total
Zona								
Z1	48	325	287	660	24	388	300	712
Z2	27	185	148	360	11	173	200	384
Z3	45	90	45	180	25	99	52	176
Total	120	600	480	1200	60	660	552	1272

Variación del empleo por zona y por rama
entre el año 1 y el año 2

Rama	Diferencias *B1*	*B2*	*B3*	Total	Tasa de variación (%) *B1*	*B2*	*B3*	Total
Zona								
Z1	–24	63	13	52	–50.00	19.38	4.53	7.88
Z2	–16	–12	52	24	–59.26	–6.49	35.14	6.67
Z3	–20	9	7	–4	–44.44	10.00	15.56	–2.22
Total	–60	60	72	72	–50.00	10.00	15.00	6.00

Examinemos la variación del empleo de la rama *B1* en la zona *Z2*.

El análisis shift-share se basa en la comparación de tres escenarios:

1. Cuál hubiera sido la variación si el empleo de *B1* en *Z2* hubiera evolucionado con la misma tasa que el empleo total (de todas las ramas y todas las zonas)?
   - Tasa = 6%.
   - Número = 6% de 27 = 1.62.
2. ¿ Cuál hubiera sido la variación si el empleo de *B1* en *Z2* hubiera evolucionado con la misma tasa que el empleo total de la rama *B1*?
   - Tasa = –50%.
   - Número = –50% de 27 = –13.50.
3. ¿ Cuál fue la variación observada del empleo de *B1* en *Z2*?
   - Tasa = –59.26%.

– Número = –59.26% de 27 = –16.

La comparación de estos tres escenarios infiere la descomposición aditiva siguiente:

1. Efecto nacional = escenario 1.
   – Tasa = 6%.
   – Número = 6% de 27 = 1.62.
2. Efecto proporcional (o sectorial) = diferencia entre escenario 2 y escenario 1.
   – Tasa = –50% –6% = –56%.
   – Número = –56% de 27 = –15.12 = –13.5 – 1.62.
3. Efecto residual (o regional) = diferencia entre escenario 3 y escenario
   – Tasa = –59.26% – (–50%) = –9.26%.
   – Número = –9.26% de 27 = –2.5 = –16 – (–13.5).

Podemos verificar que la suma de los tres "efectos" es efectivamente igual a la variación observada:

– Tasa = 6 % + (–56 %) + (–9.26 %) = –59.26 %.
– Número = 1.62 + (–15.12) + (–2.5) = –16.

Se puede formalizar este método de descomposición con los símbolos que siguen:

x_{ij}^{t}	El empleo de la rama *j* en la región *i* en el momento *t*
$x_{\bullet j}^{t} = \sum_{i} x_{ij}^{t}$	El empleo de la rama *j* en el total de las regiones en el momento *t*
$x_{\bullet\bullet}^{t} = \sum_{i}\sum_{j} x_{ij}^{t}$	El empleo de todas las ramas en el total de las regiones al momento *t*

Tenemos la identidad siguiente:

$$\frac{x_{ij}^{t}}{x_{ij}^{0}} = \left(\frac{x_{ij}^{t}}{x_{ij}^{0}} - \frac{x_{\bullet j}^{t}}{x_{\bullet j}^{0}}\right) + \left(\frac{x_{\bullet j}^{t}}{x_{\bullet j}^{0}} - \frac{x_{\bullet\bullet}^{t}}{x_{\bullet\bullet}^{0}}\right) + \frac{x_{\bullet\bullet}^{t}}{x_{\bullet\bullet}^{0}}$$

Como símbolo para las tasas de crecimiento usamos

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}^t}{x_{ij}^0} - 1$$

Entonces, con las tasas de crecimiento, la identidad anterior vuelve a escribirse

$$\left(\frac{x_{ij}^t}{x_{ij}^0} - 1\right) = \left[\left(\frac{x_{ij}^t}{x_{ij}^0} - 1\right) - \left(\frac{x_{\bullet j}^t}{x_{\bullet j}^0} - 1\right)\right] - \left[\left(\frac{x_{\bullet j}^t}{x_{\bullet j}^0} - 1\right) - \left(\frac{x_{\bullet\bullet}^t}{x_{\bullet\bullet}^0} - 1\right)\right] - \left(\frac{x_{\bullet\bullet}^t}{x_{\bullet\bullet}^0} - 1\right)$$

o sea

$$r_{ij} = \left(r_{ij} - r_{\bullet j}\right) + \left(r_{\bullet j} - r_{\bullet\bullet}\right) + r_{\bullet\bullet}$$

En esta descomposición,

- $r_{\bullet\bullet}\, x_{ij}^0$ es el efecto nacional (“national share effect”): es el crecimiento esperado si el empleo de la rama *j* en la región *i* hubiera aumentado con la misma tasa que el empleo total del país (escenario 1);
- $\left(r_{\bullet j} - r_{\bullet\bullet}\right) x_{ij}^0$ es el efecto sectorial o el efecto de desplazamiento proporcional (“proportional shift effect”): es el crecimiento suplementario (positivo o negativo) del empleo esperado si el empleo de la rama *j* en la región *i* hubiera aumentado con la misma tasa que el empleo de la rama *j* en todo el país (es, por lo tanto, la diferencia entre el escenario 2 y el escenario 1); el efecto sectorial nos permite saber si, comparada al resto de la economía, la rama *j* es dinámico o sea, si goza de un crecimiento acelerado;
- $\left(r_{ij} - r_{\bullet j}\right) x_{ij}^0$ es el efecto regional o el efecto de desplazamiento diferencial (“differential shift effect”): es

la diferencia residual entre el crecimiento observado y el crecimiento resultado de la aplicación del efecto de parte y el efecto de desplazamiento proporcional.

La suma del efecto de desplazamiento proporcional y del efecto de desplazamiento diferencial es el efecto de desplazamiento total o neto (“total shift” o “net shift”) para una actividad j en una región i.

Se interpreta, a menudo, el desplazamiento diferencial como una medición de la competitividad de la rama j en la región i (“competitive effect”). Este uso es muy discutible. En efecto, suponiendo que el empleo de la rama j crece más rápido en la región i que en la región k, ¿esto significa que la producción de esta rama crece más rápido en la región i que en la región k? No es tan seguro, sobre todo si la proporción en la mano de obra y los demás factores de producción varía de una región a otra y en el tiempo (en reacción a los cambios de los precios relativos).[16] Veremos, en un momento, que no es la única razón de dudar de la validez del efecto regional como una medición de la competitividad.

Descomposición de la variación del empleo total de una región

Cuando hacemos la suma de todas las ramas y de cada uno de los tres términos de la descomposición, obtenemos:

$$\sum_j r_{ij}\, x_{ij}^0 = \sum_j \left(r_{ij} - r_{\bullet j}\right) x_{ij}^0 + \sum_j \left(r_{\bullet j} - r_{\bullet\bullet}\right) x_{ij}^0 + \sum_j r_{\bullet\bullet}\, x_{ij}^0$$

donde

$\sum_j r_{\bullet\bullet}\, x_{ij}^0 = r_{\bullet\bullet} \sum_j x_{ij}^0$ es el efecto nacional.

[16] Para demostrar de manera formal esta proposición tendríamos que desarrollar un modelo de equilibrio general entre dos economías.

$$\sum_j \left(r_{\bullet j} - r_{\bullet\bullet}\right)x_{ij}^0$$ es el efecto estructural.

$$\sum_j \left(r_{ij} - r_{\bullet j}\right)x_{ij}^0$$ es el efecto regional.

Las cuatro tablas que siguen complementan los cálculos para nuestro ejemplo.

Análisis shift-share por rama

Rama *B1*

Zona	Número de empleos: Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total	Tasa de variación (%): Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total
Z1	2.88	–26.88	0.00	–24.00	6.00	–56.00	0.00	–50.00
Z2	1.62	–15.12	–2.50	–16.00	6.00	–56.00	–9.26	–59.26
Z3	2.70	–25.20	2.50	–20.00	6.00	–56.00	5.56	–44.44

Rama *B2*

Zona	Número de empleos: Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total	Tasa de variación (%): Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total
Z1	19.50	13.00	30.50	63.00	6.00	4.00	9.38	19.38
Z2	11.10	7.40	–30.50	–12.00	6.00	4.00	–16.49	–6.49
Z3	5.40	3.60	0.00	9.00	6.00	4.00	0.00	10.00

Rama *B3*

Zona	Número de empleos: Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total	Tasa de variación (%): Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total
Z1	17.22	25.83	–30.05	13.00	6.00	9.00	–10.47	4.53
Z2	8.88	13.32	29.80	52.00	6.00	9.00	20.14	35.14
Z3	2.70	4.05	0.25	7.00	6.00	9.00	0.56	15.56

Total de ramas (clasificación de tres ramas)

Zona	Número de empleos: Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total	Tasa de variación (%): Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total
Z1	39.60	11.95	0.45	52.00	6.00	1.81	0.07	7.88
Z2	21.60	5.60	–3.20	24.00	6.00	1.56	–0.89	6.67
Z3	10.80	–17.55	2.75	–4.00	6.00	–9.75	1.53	–2.22

Se interpreta el efecto de estructura como el efecto de la estructura económica o industrial de la región, o sea de la composición de su producción industrial (“industry mix effect”). Se interpreta, a menudo, el efecto regional como una medición de la competitividad de la región *i*; como la anterior, esta interpretación es igualmente discutible. Sin embargo, existe algo aún más grave.

En efecto, cuando se descompone la variación del nivel global del empleo de una región, la importancia del efecto de estructura depende del nivel de agregación de la clasificación de las actividades. Y como se calcula el efecto regional de manera residual, este último depende también del nivel de agregación. Para una región dada, el paso de una clasificación a otra puede aumentar o disminuir el efecto regional, de tal manera que puede implicar intervensiones de rango entre regiones: una región que parecía más competitiva que otra en una clasificación dada puede parecer menos competitiva en otra clasificación, algo incoherente.

Esto le resta aún más a la validez de la interpretación del efecto regional como medición de la competitividad de una región.

Se ilustra este fenómeno con la agregación de las ramas *B1* y *B2*. Podemos constatar que los resultados de la descomposición para todas las ramas son diferentes de los resultados obtenidos anteriormente con una clasificación de tres ramas.

Ramas $B1$ y $B2$ agregadas

Zona	Número de empleos				Tasa de variación (%)			
	Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total	Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total
Z1	22.38	–22.38	39.00	39.00	6.00	–6.00	10.46	10.46
Z2	12.72	–12.72	–28.00	–28.00	6.00	–6.00	–13.21	–13.21
Z3	8.10	–8.10	–11.00	–11.00	6.00	–6.00	–8.15	–8.15

Todas las ramas (clasificación de dos ramas)

Zona	Número de empleos				Tasa de variación (%)			
	Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total	Efecto nacional	Efecto sectorial	Efecto residual	Efecto total
Z1	39.60	3.45	8.95	52.00	6.00	0.52	1.36	7.88
Z2	21.60	0.60	1.80	24.00	6.00	0.17	0.50	6.67
Z3	10.80	–4.05	–10.75	–4.00	6.00	–2.25	–5.97	–2.22

De igual manera, este problema afecta el análisis de descomposición de la variación del nivel de una sola actividad, ya que se define ésta según una clasificación que no puede más que tener un cierto grado de agregación. Dicho de otra manera, en caso de una actividad, el efecto regional calculado contiene el efecto estructural que acompaña los desplazamientos entre las subramas que componen la actividad considerada. Es por lo tanto, abusivo, aunque se considere una sola actividad, interpretar el efecto residual como una medición de la competitividad.

1-2.3 LA MEDICIÓN DEL CRECIMIENTO (EL CÁLCULO DE LA TASA DE VARIACIÓN EN EL TIEMPO)

De cierto modo el análisis de una serie cronológica posee el problema de la multidimensionalidad, de la cual hablaremos después. En efecto, el concepto de "crecimiento" o de "variación en el tiempo" encierra múltiples dimensiones. De hecho tiene tantas dimensiones como hay observaciones del crecimiento, a menos que la tasa de variación sea constante (caso cuando el crecimiento es uniforme).

1-2.3.1 Tasa de crecimiento por periodo

Como ejemplo, veamos la evolución del índice de precios al consumidor (IPC) en Canadá de 1984 a 1992:[17]

1984	92.4
1985	96.0
1986	100.0
1987	104.4
1988	108.6
1989	114.0
1990	119.5
1991	126.2
1992	128.1

Entre cada periodo y el siguiente, podemos calcular una tasa de crecimiento por periodo. Así, entre 1984 y 1985, la tasa de crecimiento por periodo fue de $\frac{96.0-92.4}{92.4}=0.039$ o sea 3.9%. Con nueve observaciones consecutivas (de 1984 a 1992), podemos calcular ocho tasas de crecimiento por periodo:

[17] Media anual sin ajuste estacional (Estadística Canadá, número de catálogo 62-210).

de...	a...	tasa
1984	1985	0.039
1985	1986	0.042
1986	1987	0.044
1987	1988	0.040
1988	1989	0.050
1989	1990	0.048
1990	1991	0.056
1991	1992	0.015

En general, con una serie de T+1 observaciones, del periodo 0 al periodo T, x_0, x_1, x_2, ..., x_t, ..., x_T podemos calcular T valores de la tasa de crecimiento r_t de un periodo con relación al anterior:

$$r_t = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}} = \frac{x_t}{x_{t-1}} - \frac{x_{t-1}}{x_{t-1}} = \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1$$

Por ejemplo para t = 1985 $r_{1985} = \frac{96.0}{92.4} - 1 = 0.039 = 3.9\ \%$ donde t varía de 1 a T. En este caso, se dice que, entre -1 y t, x creció de R_t por ciento, sabiendo que $R_t = 100 \times r_t$

Nota: si x_t es inferior a x_{t-1}, hubo decrecimiento: r_t es negativo. Hablamos entonces de crecimiento negativo.

La serie r_1, r_2, ..., r_t, ..., r_T describe la evolución en el tiempo de la variable x. De hecho, si se invierte la fórmula de cálculo de la tasa de crecimiento periódica, se obtiene x_t = $(1+r_t)\ x_{t-1}$.

Pero tenemos también $x_{t-1} = (1+r_{t-1})\ x_{t-2}$ de tal modo que $x_t = (1+r_t)\ (1+r_{t-1})\ x_{t-2}$ y, haciendo sustituciones sucesivas, tenemos $x_t = (1+r_t)\ (1+r_{t-1})\ ...\ (1+r_2)\ (1+r_1)\ x_0$.

O sea que si conocemos los r_t y x_0 podemos reconstituir la serie de los x_t. Por lo tanto, es cierto que la serie

$$r_1, r_2, ..., r_t, ..., r_T$$

describe la evolución en el tiempo de la variable *x*.[18] Sin embargo, ¿podríamos resumir esta evolución con una sola cifra?

De alguna manera, los *T* valores de r_t son tantas dimensiones de la evolución en el tiempo de la variable *x*. Es por eso que la medición del crecimiento se parece al problema de multidimensionalidad y de la construcción de los números índice.

1-2.3.2 Promedio de las tasas de crecimiento por periodo

Para resumir la evolución de la variable *x* en el tiempo, se puede tomar el promedio aritmético de las tasas de crecimiento por periodo:

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t = \frac{r_1 + r_2 + \cdots + r_t + \cdots + r_T}{T}$$

En el caso del IPC entre 1984 y 1992, el promedio de las tasas de crecimiento por periodo es de 0.042 (o sea 4.2%).

Sin embargo, esta manera de resumir la evolución de la variable *x* en el tiempo tiene el inconveniente de no tomar en cuenta la variabilidad de las tasas de crecimiento. Ahora bien, para una misma tasa promedio, más las tasas son uniformes, más el crecimiento acumulado es fuerte.[19] No vamos a demos-

---

[18] En la práctica, se utilizan valores redondeados de las tasas de crecimiento, de tal manera que no se podría reconstituir exactamente la serie original.

[19] Si bien el crecimiento acumulado depende de la variabilidad de las tasas, por el contrario, no depende del orden cronológico entre las diferentes tasas de crecimiento. Se puede observar al constatar en la fórmula siguiente

trar esta propiedad; un ejemplo bastará para ilustrarla. Comparemos las dos series siguientes:

100, 110, 121

y

100, 100, 120

En ambos casos, el promedio de las tasas de crecimiento por periodo es igual a 0.1 (o sea 10%). Sin embargo, el crecimiento acumulado en los dos periodos es de 21% en el primer caso, pero de solamente 20% en el segundo. La pregunta que provoca esto es: ¿en qué medida el promedio de las tasas por periodo es representativo de la evolución de una serie cuando las tasas por periodo son variables?

1-2.3.3 Cálculo de una tasa de crecimiento exponencial

La tasa de crecimiento exponencial es otra manera de resumir la evolución de la variable *x* en el tiempo. Se puede definir de dos maneras equivalentes:

La primera definición de la tasa de crecimiento exponencial se refiere al promedio geométrico.[20] Es la tasa de crecimiento *r* obtenida a partir del promedio geométrico de los factores[21] de crecimiento por periodo:

$$1+r = \left[(1+r_T)(1+r_{T-1})\cdots(1+r_2)(1+r_1)\right]^{1/T}$$
$$= \sqrt[T]{(1+r_T)(1+r_{T-1})\cdots(1+r_2)(1+r_1)}$$

o sea, en forma logarítmica:

---

que el valor de x_t sigue sin cambio si cambiamos el orden de los factores del miembro de la derecha: $x_t = (1+r_t)\,(1+r_{t-1})\ ...\ (1+r_2)\,(1+r_1)\,x_0$.

[20] Con relación al promedio geométrico y a sus aplicaciones, vea Wonnacott y Wonnacott (1991, p. 755).

[21] Observe la distinción entre la tasa de crecimiento *r* y el factor de crecimiento (1 + *r*).

$$\log(1+r) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\log\left(1+r_t\right)$$

Por el contrario, la medición anterior usaba el promedio aritmético de las tasas de crecimiento por periodo. Se puede simplificar el cálculo de la tasa de crecimiento exponencial explotando la relación

$$x_T = (1+r_T)\ (1+r_{T-1})\ ...\ (1+r_2)\ (1+r_1)\ x_0$$

Ahora bien, según la definición del promedio geométrico

$$(1+r)^T = (1+r_T)(1+r_{T-1})\cdots(1+r_2)(1+r_1)$$

de tal manera que

$$x_T = (1+r)^T\ x_0$$

donde x_T y x_0 son valores conocidos y r es la incógnita. Al desarrollar esta fórmula, llegamos a un método de cálculo de la tasa de crecimiento exponencial.

$$(1+r)^T = \frac{x_T}{x_0}$$

$$\log(1+r)^T = \log\left(\frac{x_T}{x_0}\right)$$

$$T\log(1+r) = \log(x_T) - \log(x_0)$$

$$\log(1+r) = \frac{\log(x_T) - \log(x_0)}{T}$$

$$1+r = \text{antilog}\left(\frac{\log(x_T) - \log(x_0)}{T}\right)$$

donde $z = e^z$ o 10^z, según se tome el logaritmo neperiano de base e (= 2.71828...) o el logaritmo común de base 10.

$$r = \text{antilog}\left(\frac{\log(x_T) - \log(x_0)}{T}\right) - 1$$

O sea, con los logaritmos comunes,

$$r = 10^{\frac{\log x_T - \log x_0}{T}} - 1$$

y con los logaritmos neperianos

$$r = e^{\frac{\ln x_T - \ln x_0}{T}} - 1 = \exp\left(\frac{\ln x_T - \ln x_0}{T}\right) - 1$$

Por ejemplo, la tasa de crecimiento exponencial del IPC de 1984 a 1992 se calcula de la manera que sigue:

$x_0 = 92.4$ y $\log_e x_0 = 4.526126979$

$x_T = 128.1$ y $\log_e x_T = 4.852811209$

$T = 8$

$$r = \exp\left(\frac{4.852811209 - 4.526126979}{8}\right) - 1 = 0.042\,,$$

o sea 4.2 %

Existe otra definición de la tasa de crecimiento exponencial que contiene su propia interpretación. En efecto, acabamos de ver que la tasa de crecimiento exponencial r es la solución de la ecuación

$$x_T = (1+r)^T x_0$$

Por lo tanto, se puede ver la tasa de crecimiento exponencial como una tasa hipotética: es la respuesta a la pregunta: "¿si la variable x hubiera evolucionado con una tasa por periodo constante, con que tasa hubiera tenido que crecer para que su valor terminal fuese igual al valor terminal observado?" Por definición, la tasa de crecimiento exponencial es, por lo tanto, la tasa de crecimiento por periodo uniforme que da el mismo crecimiento acumulado que la serie r_1, r_2, ..., r_t, ..., r_T.

Así que, como el promedio aritmético de las tasas por periodo, la tasa de crecimiento exponencial resume la evolución de la variable x en el tiempo. Sin embargo, la tasa de crecimiento exponencial toma solamente en cuenta el primer y el último valor de la serie. Esto constituye un inconveniente si el primer valor de la serie x_0 o el último x_T es excepcional (fuera de tendencia); en este caso, la tasa de crecimiento exponencial podría ser engañosa.

Como índice, se puede considerar como un índice truncado ya que no usa toda la información disponible. Los índices truncados pueden, a veces, ser útiles; además, no podemos dudar que tienen adeptos justamente por la poca exigencia en información que requieren: falta pensar en el "Big Mac cost-of–living index" del periódico *The Economist.*

1-2.3.4 Entre dos males...

Como índices de la evolución cronológica de una variable, tanto el promedio de las tasas por periodo como la tasa de crecimiento exponencial representan inconvenientes. Necesitamos, pues, escoger el menos malo, pero ¿cuál? Claro está que depende del objetivo con que queramos usarlo. Por ejemplo, ¿qué tanto es importante que la tasa de crecimiento seleccionada permita "predecir" con exactitud (o sea de reproducir) el valor terminal a partir del valor inicial? Respecto a esto, es preferible usar la tasa de crecimiento exponencial. ¿O por lo contrario, es más importante que la tasa de crecimiento seleccionada sea representativa de la tendencia? En este caso, nada garantiza, a priori, que los valores iniciales y terminales no estén fuera de tendencia, o sea, que la tasa de crecimiento exponencial no sea engañosa.

Sin embargo, vimos que el promedio de las tasas por periodo tiene el inconveniente de no tomar en cuenta la variabilidad de las tasas por periodo. ¿Tiene importancia este inconveniente? Eso depende. Por ejemplo, en el caso del IPC de 1984 a 1992 en Canadá, si la tasa de crecimiento hubiera estado constante, o sea igual al promedio de las tasas de crecimiento por periodo, el valor del IPC en 1992 hubiera sido de

128.16 en lugar de 128.1. La diferencia es mínima (¡seis centésimas de uno por ciento!).

¿Sería más grande la diferencia tomando en cuenta un gran número de periodos, con una tasa de crecimiento más volátil? Por ejemplo, el valor de cierre del índice bursátil Standart & Poor's 500 era de 470.34 el 17 de febrero 1994, y de 656.37 el 9 de febrero 1996, 499 sesiones de mercado más tarde,[22] el promedio de las tasas de crecimiento por periodo (de una sesión de mercado a otra) fue de 0.0007 (0.07%), con una desviación estándar 0.0057 (0.057%), lo que representa una volatilidad importante (el coeficiente de variación es de 8.37). Sin embargo, ¿cuál hubiera sido el valor de clausura el 9 de febrero de 1996 si el índice hubiese crecido con una tasa constante igual al promedio de las de las tasas periódicas? Hubiera sido de 661.76... Nuevamente, la diferencia es mínima (0.82%); en este caso, otra vez, el promedio de las tasas de crecimiento por periodo es bastante representativo de la tendencia.

1-2.3.5 Ajuste de una curva de tendencia

De todas maneras, existe un método más preciso para resumir la evolución de una serie: ajustándole una curva de tendencia. Para este fin, escogemos un modelo de la evolución de la serie. Por ejemplo, se puede tomar el modelo lineal simple $x_t = a + bt$ o el modelo exponencial simple $x_t = a\, b^t$ que se transforma en un modelo lineal simple cuando aplicamos los logaritmos:

$$\log x_t = \log a + (\log b)\, t$$

Se puede considerar el modelo exponencial simple como una versión mejorada de la tasa de crecimiento exponencial. En efecto, se puede establecer un paralelo entre el parámetro

[22] Fuente: www.fortitude.com/data.htm.

a y el valor inicial x_0 y entre b y el factor de crecimiento exponencial $(1+r)$. La estimación del modelo exponencial consiste en buscar los valores de $x_0{}^*$ (= a^*) y de $(1+r^*)$ (= b^*) para que los valores $x_t{}^*$ "predichos" por la relación

$$x_t{}^* = x_0{}^* \, (1+r^*)^t = a^* \, (b^*)^t$$

"se peguen" lo mejor posible con los valores observados. De esta manera, habremos calculado una tasa de crecimiento exponencial que estará menos expuesta a la influencia de valores fuera de tendencia.[23]

De manera más general, después de seleccionar un modelo, escogemos los valores de los parámetros que más se apegan a la realidad observada, aplicando los métodos de estadística más apropiados. La regresión lineal es una técnica que permite encontrar los "mejores" valores para a^* y b^*. Regresaremos sobre este tema en la tercera parte de esta obra.

1-2.3.6 ¿Qué recordar?

Dentro de poco examinaremos el problema de la multidimensionalidad en la medición. Mientras, vimos cómo algo a primera vista sencillo como la medición del crecimiento se dificulta a causa de esta multidimensionalidad. Estudiamos dos maneras sencillas de resumir la evolución de una variable en el tiempo con una tasa única (el promedio de las tasas de crecimiento por periodo y la tasa de crecimiento exponencial); cada una de las dos presenta inconvenientes. Evocamos otra técnica, como el ajuste de una curva de tendencia que no parece tener los defectos de las otras dos. Sin embargo, el uso de esta técnica tiene su propio precio: es mucho más compleja, tiene menos transparencia y los cálculos son más pesados.

---

[23] Vea Wonnacott y Wonnacott (1992, pp. 513-523).

Aquí tiene, pues, una perfecta ilustración de cómo la medición, mucho más que una ciencia, es también un arte.

- No hay una medición perfecta.
- Las mediciones menos imperfectas son, por lo general, más complejas y más pesadas en su manejo.