

STRUCTURE DES DONNÉES

POINT DE VUE HORIZONTAL : NOMBRES INDICES

Combiner plusieurs variables en une seule, qui les résume : construction de nombres indices

		Variables				
		x_1	x_2	x_3	...	x_k
Observations	1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1k}
	2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	...	x_{2k}
	3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	...	x_{3k}
	4	x_{41}	x_{42}	x_{43}	...	x_{4k}

	n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	...	x_{nk}

LES INDICES DE PRIX (EXEMPLE NUMÉRIQUE – LASPEYRES)

Indices de prix individuels

Biens	Prix (\$)		Indices des prix des biens individuels
	1980	1985	
	p_{0i}	p_{ti}	p_{ti} / p_{0i}
Steak (kg)	4,85 \$	6,60 \$	1,36
Poivre (g)	0,07 \$	0,07 \$	1,00
Pain (kg)	1,10 \$	1,32 \$	1,20

Calcul de l'indice de prix de Laspeyres (2 méthodes)

Première méthode	Biens	Données				Calculs	
		Prix (\$)		Quantités		Coût du panier	
		1980	1985	1980	1985	1980	1985
		p_{0i}	p_{ti}	q_{0i}	q_{ti}	$p_{0i} q_{0i}$	$p_{ti} q_{0i}$
	Steak (kg)	4,85 \$	6,60 \$	23	18	111,55 \$	151,80 \$
	Poivre (g)	0,07 \$	0,07 \$	57	85	3,99 \$	3,99 \$
	Pain (kg)	1,10 \$	1,32 \$	36	45	39,60 \$	47,52 \$
						155,14 \$	203,31 \$

$$\text{Indice de Laspeyres} = \frac{203,31}{155,14} = 1,310$$

Deuxième méthode	Biens	Données				Indice de prix de Laspeyres		
		Prix			Quant.	Coût du panier	Poids	Calcul de l'indice
		1980	1985	Rapport	1980	1980	1980	1985
		p_{0i}	p_{ti}	$\left(\frac{p_{ti}}{p_{0i}}\right)$	q_{0i}	$p_{0i} q_{0i}$	w_{0i}	$w_{0i} \left(\frac{p_{ti}}{p_{0i}}\right)$
	Steak (kg)	4,85 \$	6,60 \$	1,36	23	111,55 \$	0,719	0,978
	Poivre (g)	0,07 \$	0,07 \$	1,00	57	3,99 \$	0,026	0,026
	Pain (kg)	1,10 \$	1,32 \$	1,20	36	39,60 \$	0,255	0,306
						155,14 \$	1,000	1,310

QU'EST-CE QU'UNE MOYENNE PONDÉRÉE ?

Exemple : quel est le PIB per capita moyen au sein de l'ALENA ?

Données

	PIB per capita 2000 \$U.S. PPA	Population (millions)	Poids selon la population	Calcul de la moyenne pondérée
États-Unis	34 142	283,2	68,6%	23 417
Canada	27 840	30,8	7,5%	2 077
Mexique	9 023	98,9	24,0%	2 161
Total		412,9	100,0%	27 655

Moyenne 23 668

Source : PNUD, *Rapport mondial sur le développement humain 2002*.

Calcul de la moyenne simple

$$23\,668 = \frac{34\,142 + 27\,840 + 9\,023}{3} = \frac{1}{3} 34\,142 + \frac{1}{3} 27\,840 + \frac{1}{3} 9\,023$$

Calcul de la moyenne pondérée selon la population

POIDS

$$0,686 = \frac{283,2}{412,9} ; 0,075 = \frac{30,8}{412,9} ; 0,240 = \frac{98,9}{412,9}$$

MOYENNE PONDÉRÉE

$$27\,655 = (0,686 \times 34\,142) + (0,075 \times 27\,840) + (0,240 \times 9\,023)$$

LES INDICES DE PRIX

Notation :

- p_{ti} prix du bien i à la période t
- p_{0i} prix du bien i à la période 0
- q_{0i} quantité du bien i achetée par un ménage typique à la période 0

Indice de Laspeyres

Définition :

$$\text{Coût du panier de référence à la période 0} = p_{01}q_{01} + p_{02}q_{02} + \dots + p_{0n}q_{0n} = \sum_{i=1}^n p_{0i}q_{0i}$$

$$\text{Coût du panier de référence à la période } t = p_{t1}q_{01} + p_{t2}q_{02} + \dots + p_{tn}q_{0n} = \sum_{i=1}^n p_{ti}q_{0i}$$

$$I_t^L = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ti}q_{0i}}{\sum_{i=1}^n p_{0i}q_{0i}}$$

Transformation et interprétation :

$$I_t^L = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ti}q_{0i}}{\sum_{i=1}^n p_{0i}q_{0i}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ti}q_{0i}}{\sum_{k=1}^n p_{0k}q_{0k}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{ti}q_{0i}}{\sum_{k=1}^n p_{0k}q_{0k}} \right) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_{0i}}{\sum_{k=1}^n p_{0k}q_{0k}} \right) p_{ti}$$

$$I_t^L = \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{0i}q_{0i}}{\sum_{k=1}^n p_{0k}q_{0k}} \right) \left(\frac{p_{ti}}{p_{0i}} \right) = \text{moyenne pondérée des indices de prix des biens}$$

Indice de Paasche

$$I_t^P = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ti}q_{tk}}{\sum_{k=1}^n p_{0k}q_{tk}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{0i}q_{tk}}{\sum_{k=1}^n p_{0k}q_{tk}} \right) \left(\frac{p_{ti}}{p_{0i}} \right)$$

LES INDICES DE PRIX (EXEMPLE NUMÉRIQUE – PAASCHE)

Calcul de l'indice de prix de Paasche

Biens	Données				Calculs	
	Prix (\$)		Quantités		Coût du panier	
	1980	1985	1980	1985	1980	1985
	p_{0i}	p_{ti}	q_{0i}	q_{ti}	$p_{0i} q_{ti}$	$p_{ti} q_{ti}$
Steak (kg)	4,85 \$	6,60 \$	23	18	87,30 \$	118,80 \$
Poivre (g)	0,07 \$	0,07 \$	57	85	5,95 \$	5,95 \$
Pain (kg)	1,10 \$	1,32 \$	36	45	49,50 \$	59,40 \$
					142,75 \$	184,15 \$

Biens	Données				Indice de prix de Paasche		
	Prix			Quant.	Coût du panier	Poids	Calcul de l'indice
	1980	1985	Rapport	1985	NAP ¹	NAP	1985
	p_{0i}	p_{ti}	$\left(\frac{p_{ti}}{p_{0i}}\right)$	q_{ti}	$p_{0i} q_{ti}$	w_{ti}	$w_{ti} \left(\frac{p_{ti}}{p_{0i}}\right)$
Steak (kg)	4,85 \$	6,60 \$	1,36	18	87,30 \$	0,612	0,832
Poivre (g)	0,07 \$	0,07 \$	1,00	85	5,95 \$	0,042	0,042
Pain (kg)	1,10 \$	1,32 \$	1,20	45	49,50 \$	0,347	0,416
					142,75 \$	1,000	1,290

¹ Ne s'applique pas, c'est-à-dire que les chiffres de la colonne ne s'appliquent à aucune année.

UTILISATIONS DES INDICES DE PRIX

Dépenses personnelles de consommation au Canada de 1991 à 1999, en millions de dollars courants, avec l'indice des prix correspondant

	Indice de prix des dép. pers. dans le PIB	Dép. pers.
1991	91,0	398 314
1992	92,5	411 167
1993	94,6	428 219
1994	95,6	445 857
1995	96,8	460 906
1996	98,4	480 427
1997	100,0	510 695
1998	101,2	531 169
1999	102,9	560 954

Source : Statistique Canada, *L'observateur économique canadien*, Supplément statistique historique 2001/02, No 11-210-XPB.

Utilisation d'un indice de prix comme dégonfleur

Valeur en dollars constants de l'année 0 (année de base de l'indice)

$$y_t = \frac{x_t}{I_t}$$

Dépenses personnelles de consommation de 1999 en dollars constants de 1997

$$100 \times \frac{560\,954}{102,9} = \frac{560\,954}{1,029} = 545\,145$$

Généralisation : valeur en dollars constants d'une année θ autre que l'année de base

$$y_t = x_t \frac{I_\theta}{I_t}$$

Dépenses personnelles de consommation de 1999 en dollars constants de 1992

$$\frac{92,5}{102,9} 560\,954 = \frac{0,925}{1,029} 560\,954 = 504\,259$$

Utilisation d'un indice de prix pour indexer un montant

Indexation pour l'année t d'un montant m_0 fixé à l'année zéro (année de base de l'indice)

$$m_t = I_t m_0$$

35 000 \$ en dollars de 1997, indexé pour l'année 1998 :

$$35\,000 \$ \times 1,012 = 35\,420 \$$$

Indexation pour l'année t d'un montant m_θ fixé à une année θ autre que l'année de base

$$m_t = m_\theta \frac{I_t}{I_\theta}$$

35 000 \$ en dollars de 1998, indexé pour l'année 1999 :

$$35\,000 \$ \times \frac{1,029}{1,012} = 35\,588 \$$$

INDICES DE PRIX ET COÛT DE LA VIE

	Thé	Café	<i>Et coetera</i>	Total
Quantité	1250	800	10000	
Année 0				
Prix	0,40	0,50	1,00	
Dépense	500	400	10000	10900
Année t				
Prix	4,00	0,50	1,00	
Dépense	5000	400	10000	15400

Indice de Laspeyres :

$$I_t^L = \frac{4,00 * 1250 + 0,50 * 800 + 1,00 * 10000}{0,40 * 1250 + 0,50 * 800 + 1,00 * 10000} = 1,41284$$

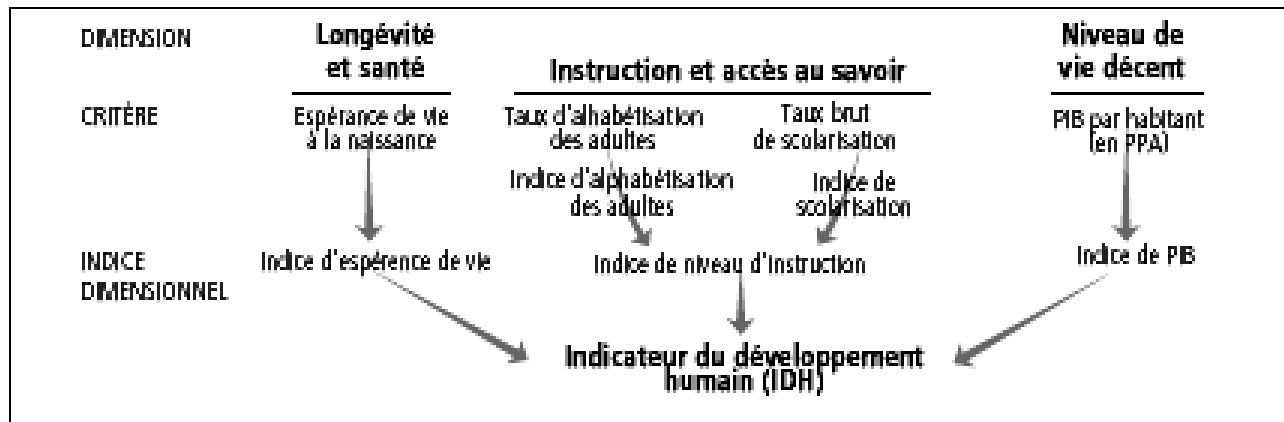
L'INDICATEUR DE DÉVELOPPEMENT HUMAIN (IDH) DU PNUD ²

Trois composantes (dimensions du concept de développement humain) :

- Longévité
- Savoir
- Niveau de vie

Variables (opérationnalisation des dimensions choisies) :

- Longévité : espérance de vie à la naissance
- Savoir : taux d'alphabétisation des adultes et taux de scolarisation (2 variables)
- Niveau de vie : produit intérieur brut (PIB) réel par habitant, en dollars ajustés en fonction du coût de la vie («PPA», c'est-à-dire en « parité de pouvoir d'achat »)



Source : PNUD, *Rapport mondial sur le développement humain 2003 - Les objectifs du millénaire pour le développement : Un pacte entre les pays pour vaincre la pauvreté humaine*, p. 340.

Étapes du calcul de l'IDH

1. Recueillir les données sur les indicateurs associés aux dimensions du concept
2. Calculer l'indice relatif à chaque composante
3. Calculer l'IDH

² Programme des Nations Unies pour le Développement : <http://hdr.undp.org/>

L'IDH DU PNUD (SUITE)

Pour chacun des indicateurs, le chemin à parcourir sur la voie du développement commence au niveau le plus bas qui se puisse observer dans le monde et aboutit au niveau le plus élevé qui se puisse espérer. Le progrès réalisé par un pays se mesure comme la fraction du chemin parcouru.

Maximums et minimums (1995) :

Variable	Maximum	Minimum
Espérance de vie	85 ans	25 ans
Taux d'alphabétisation	100 %	0 %
Taux de scolarisation	100 %	0 %
PIB réel/habitant	40 000 \$	100 \$

NOTE : L'indicateur du niveau de vie utilisé dans le calcul de l'IDH est le *logarithme* du PIB réel par habitant exprimé en «PPA», c'est-à-dire en « parité de pouvoir d'achat ».

Calcul de l'IDH pour le pays j :

1. Pour chacune des quatre variables :

$$I_{ij} = \frac{x_{ij} - \min x_i}{\max x_i - \min x_i}, \text{ c'est-à-dire : Indicateur} = \frac{\text{Valeur réelle} - \text{Valeur minimale}}{\text{Valeur maximale} - \text{Valeur minimale}}$$

2. Indicateur retenu pour le savoir :

$$I_{\text{savoir},j} = 0,67 \times I_{\text{alpha},j} + 0,33 \times I_{\text{scolar},j}$$

3. Indicateur de développement humain :

$$I_j = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 I_{ij}$$

L'INDICATEUR DE DÉVELOPPEMENT HUMAIN (IDH) DU PNUD CALCUL POUR LE MEXIQUE, 2001

CALCUL DE L'INDICE DE L'ESPÉRANCE DE VIE

$$\text{Indice de l'espérance de vie} = \frac{73,1 - 25}{85 - 25} = 0,802$$

CALCUL DE L'INDICE DU NIVEAU D'ÉDUCATION

$$\text{Indice d'alphabétisation des adultes} = \frac{91,4 - 0}{100 - 0} = 0,914$$

$$\text{Indice de scolarisation} = \frac{74 - 0}{100 - 0} = 0,74$$

Indice de niveau d'éducation =

$$\frac{2}{3} (\text{Indice d'alphabétisation des adultes}) + \frac{1}{3} (\text{Indice de scolarisation})$$

$$\text{Indice de niveau d'éducation} = \frac{2}{3} 0,914 + \frac{1}{3} 0,74 = 0,86$$

CALCUL DE L'INDICE DU PIB

$$\text{Indice du PIB} = \frac{\log(8\,430) - \log(100)}{\log(40\,000) - \log(100)} = 0,74$$

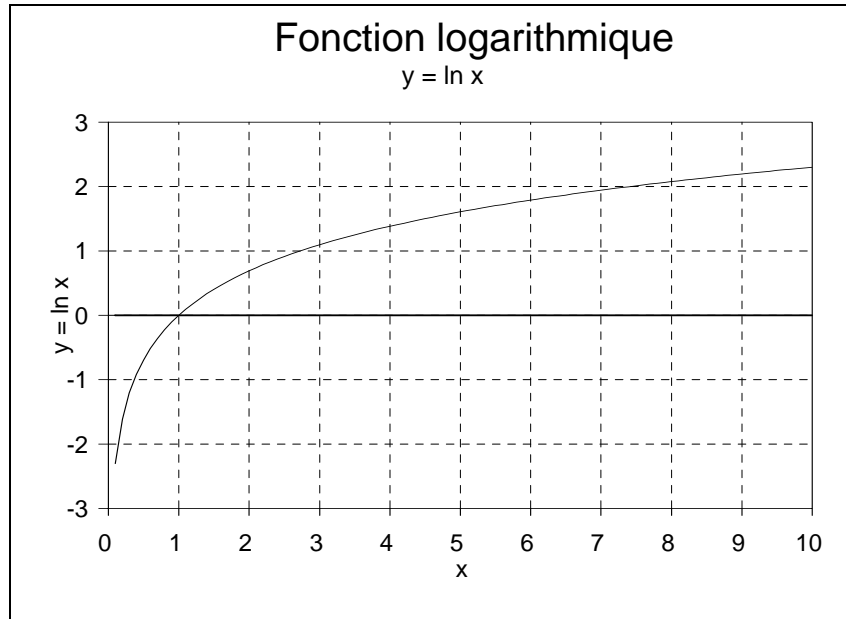
CALCUL DE L'IDH

L'IDH est la moyenne des trois indices. Pour le Mexique en 2001 :

$$\text{Indice de développement humain (IDH)} = \frac{0,80 + 0,86 + 0,74}{3} = 0,800$$

LA TRANSFORMATION LOGARITHMIQUE

Relation entre un nombre x et son logarithme y



C'est une transformation *monotone croissante* :

si $y_1 > y_2$, alors $\log y_1 > \log y_2$, puisque $y = b^{\log y}$.