

ANNEXE À LA SECONDE PARTIE : RAPPEL DE QUELQUES FORMULES COURANTES EN STATISTIQUE

Pour une présentation plus complète, le lecteur est référé à Gilles (1994), chapitres 3 à 5, ainsi que sections 6.1, 6.2 et 8.1. On peut aussi consulter le chapitre 2 de Wonnacott et Wonnacott (1992).

Nous nous contentons ici de reproduire quelques formules de mesures parmi les plus couramment utilisées en statistique. Pour certaines d'entre elles, nous donnons deux formules : celle qui s'applique à la population et celle qui s'applique à un échantillon. La raison d'être de cette distinction est exposée en rapport avec l'induction statistique (on utilise pour l'échantillon une formule qui produit un estimateur *non biaisé* du paramètre correspondant de la population). Puisque la statistique descriptive ne distingue pas entre la population et l'échantillon, c'est généralement la formule de la population qui est employée dans ce cas.

Notation

n = nombre d'observations

x_i = valeur de la variable X à la $i^{\text{ème}}$ observation

y_i = valeur de la variable Y à la $i^{\text{ème}}$ observation

3.1 Mesures de tendance centrale

- Moyenne

$$(1) \text{ population }^1 : \mu_x = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_i x_i$$

$$(2) \text{ échantillon} : m_x = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_i x_i$$

- Médiane : c'est la valeur \tilde{x} de la variable X telle que 50 % de la population ou de l'échantillon ont des valeurs inférieures à \tilde{x} , alors que 50 % ont des valeurs qui lui sont supérieures.

¹ Les formules données ici s'appliquent à des populations finies. Ces formules peuvent se généraliser à des populations infinies au moyen du concept d'espérance mathématique.

- Mode : dans un échantillon ou une population finie, c'est la valeur la plus fréquente de la variable X ; lorsque les observations sont regroupées par classes, c'est la classe qui a la fréquence la plus élevée ; dans une population infinie, c'est la valeur à laquelle correspond la plus grande densité de probabilité.

3.2 Mesures de dispersion

- Variance

$$(1) \text{ population : } \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \mu_x)^2$$

$$(2) \text{ échantillon : } s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i (x_i - m_x)^2$$

- Écart type

$$(1) \text{ population : } \sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$$

$$(2) \text{ échantillon : } s_x = \sqrt{s_x^2}$$

- Coefficient de variation

$$(1) \text{ population : } C_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x}$$

$$(2) \text{ échantillon : } C_x = \frac{s_x}{m_x}$$

3.3 Mesures d'association

- Covariance

$$(1) \text{ population : } \sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$$

$$(2) \text{ échantillon : } s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_i (x_i - m_x)(y_i - m_y)$$

- Coefficient de corrélation simple

(1) population : $\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$, avec $-1 < \rho_{xy} < +1$

(2) échantillon : $r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$, avec $-1 < r_{xy} < +1$

où $r_{xy} = \rho_{xy}$, puisque $s_{xy} = \sigma_{xy} \frac{n}{n-1}$ et $s_x^2 = \sigma_x^2 \frac{n}{n-1}$